Programación de horario escolar con multi-localización y preferencias docentes*

School course timetable with multi location and preferences of teachers*

Programação do horário escolar com várias localizações e preferências dos professores*

Linda Lucia Esquivel**
Juan Pablo Orejuela ***

Centro colombiano de estudios profesionales CECEP **
Universidad del Valle, Escuela de Ingeniería Industrial ***

Fecha de Recibido: junio 19 del 2018
Fecha de Aceptación: septiembre 17 del 2018
Fecha de Publicación: enero 01 de 2019
DOI: http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v11i1.621

*El artículo resultado de la investigación "Gestión de horarios escolares con multi-localización y preferencias de los docentes" en la Universidad del Valle el Año 2016.

** Magister en Ingeniería Industrial, Docente Hc (Investigación de Operaciones). Filiación: Centro colombiano de estudios profesionales CECEP. Correo electrónico: linda.esquivel@cecep.edu.co, https://orcid.org/0000-0002-1214-4234

*** Magister en Ingeniería Industrial, Profesor Asociado. Filiación: Universidad del Valle. Correo electrónico: juan.orejuela@correounivalle.edu.co, https://orcid.org/0000-0003-2187-0630

Resumen

Esta investigación aborda el problema de programación del horario escolar en Instituciones Educativas, con dos jornadas y con múltiples sedes, que exigen el desplazamiento de algunos maestros entre estas. El problema se resuelve mediante un modelo de programación lineal entera que minimiza el traslado de docentes entre sedes. La metodología planteada consideró dos tipos de restricciones: las obligatorias, pertenecientes al marco legal e institucional, y los requerimientos del cuerpo docente, que no son de estricto cumplimiento. El modelo se validó y se desarrollaron experimentos computacionales en varias instancias usando Lingo ® 14. Adicionalmente, para conocer su comportamiento, se realizó un análisis de estructura en dos escenarios. En todas las instancias se obtuvo un mínimo de desplazamientos de los docentes.

Palabras clave: Gestión de horarios, Programación de horarios de clase para colegios, Preferencias de Horario de los docentes, Programación lineal entera.

Abstract

In this research is arises the problem of building the school timetable an Educational Institution (EI's) with multiple headquarters that provide classes in morning and afternoon, forcing than during the school day some teachers must move between headquarters. The problem is tackled by using an integer lineal programming model (ILP) as tool solution. According to the above, the model has, as one of its objectives minimize transfers of teachers between different headquarters. The proposed methodology considers two types of constraints, mandatory (hard) belonging to the legal and institutional framework concerning the Institutional Education Project (IEP), and faculty requirements (soft) that are not strict obedience. The proposed model was validated in a case study, and computational experiments were developed in several instances using Lingo ® 14. Additionally, to know its behavior, a structure analysis was performed in two scenarios. In all instances, a minimum of teacher displacement was obtained.

Keywords: Management of schedules, School Course Timetabling, Teacher Schedule Preferences, Integer Linear Programming.

Resumo

Esta pesquisa aborda o problema da programação de horários escolares em Instituições Educacionais, com dois dias e múltiplos locais, que exigem o deslocamento de alguns professores entre eles. O problema é resolvido por todo um modelo de programação linear que minimiza a transferência de professores entre os locais. A metodologia proposta considerou dois tipos de restrições: obrigatória, pertencente ao arcabouço legal e institucional, e os requisitos do corpo docente, que não são rigorosamente cumpridos. O modelo foi validado e experimentos computacionais foram desenvolvidos em várias instâncias utilizando o Lingo 14. Além disso, para conhecer seu comportamento, foi realizada uma análise estrutural em dois cenários. Em todos os casos, foi obtido um mínimo de deslocamento do professor.

Palavras-chave: Gestão de horários, programação de horários de aulas para escolas, agendamento de preferências de professores, programação linear inteira.

Introducción

Diversas organizaciones (académicas, de salud, de transporte, deportivas, etc.) deben encarar problemas de generación de horarios con cierta frecuencia (Cifuentes, 2012). Para el caso específico de las instituciones educativas, desde la perspectiva de la investigación de operaciones, este tipo de problemas de programación es denominado School Course Timetabling Problem (SCTP).

En los últimos años se han desarrollado una gran cantidad de herramientas para resolver el SCTP, ya que muchas instituciones intentan programar sus horarios de una forma automatizada (N. Pillay, 2014).Sin embargo, las características propias de cada institución hacen que la automatización no encuentre una solución universal. Por otro lado al ser un problema NP Completo, encontrar una solución al SCTP de forma manual requiere, generalmente, el trabajo de varias personas durante, y la mayoría de las veces la solución no es de buena calidad o ni siquiera cumple con todas las restricciones del problema (Katsaragakis, Tassopoulos, & Beligiannis, 2015).

Algunas particularidades propias de cada SCTP, consideradas en el presente artículo, son el tiempo de desplazamiento de los docentes entre edificios, las clases que sólo se pueden dictar en salones especializados, las asignaturas que tienen estudiantes de dos o más grupos, el tiempo libre para los profesores por razones administrativas, asignaturas en periodos consecutivos, hacen que no haya uniformidad en los métodos empleados para resolverlo.

La programación de horarios ha sido ampliamente estudiada en el ámbito académico. Se le dio solución usando modelos de optimización (Al-Yakoob & Sherali, 2015; Burke, Marecek, Parkes, & Rudová, 2012; Crovo, Oliva, Martin, & Rojas, 2007; Dorneles, De Araújo, & Buriol, 2014; MirHassani, 2006; Papoutsis, Valouxis, & Housos, 2003; Qu, He, & Burke, 2009; Santos, Uchoa, Ochi, & Maculan, 2012; Sarmiento, Torres, Quintero, & Montoya, 2012; Veenstra & Vis, 2016).

El problema también ha sido tratado con heurísticas como en (Dorneles et al., 2014; Katsaragakis et al., 2015; Méndez-Díaz, Zabala, & Miranda-Bront, 2016; Zhang, Liu, M'Hallah, & Leung, 2010). Con meta heurísticas como en (Badoni, Gupta, & Mishra, 2014; Bellio, Ceschia, Di Gaspero, Schaerf, & Urli, 2016; Ceschia, Di Gaspero, & Schaerf, 2012; Chávez et al., 2014; Enriquez, Tellez, & Enriquez, 2007; Kingston, 2012; Lewis & Thompson, 2014; Mahiba & Durai, 2012; Sarmiento, 2014; Skoullis, Tassopoulos, & Beligiannis, 2017) E híper heurísticas como en (Ahmed, Özcan, & Kheiri, 2015; Soria-Alcaraz et al., 2014).

Otros estudios son híbridos entre varias técnicas como en (Gunawan, Ng, & Poh, 2012), que es un enfoque de programación matemática basado en la relajación lagrangiana cuya solución mejora mediante un temple simulado. (Brito, Fonseca, Toffolo, Santos, & Souza, 2012) cuyo enfoque está basado en la simulación y en una meta heurísticas de búsqueda de vecindario variable. (Hao & Benlic, 2011) presentan un nuevo enfoque de particiones que se basa en el principio de "Dividir y conquistar", el enfoque propuesto utiliza la búsqueda tabú iterativa.

Revisiones detalladas sobre la programación de horarios en escuelas y universidades puede ser encontrada en los siguientes trabajos (Babaei, Karimpour, & Hadidi, 2014; Nurmi & Kyngäs, 2007; Nelishia Pillay, 2014). Al igual que (Beligiannis, Moschopoulos, Kaperonis, & Likothanassis, 2008; Hao & Benlic, 2011) que realizaron su investigación para una escuela en Grecia.

Al-Yakoob & Sherali (2015), proponen y comparan dos métodos para resolver el SCTP en una escuela secundaria de Kuwait. El primero está conformado por dos modelos matemáticos secuenciales. Este diseño sitúa cada clase en los periodos de tiempo disponibles, y posteriormente cada profesor es asignado a las clases que le corresponden. El segundo método es un modelo de programación lineal entera resuelto, debido a la gran cantidad de variables, por medio de generación de columnas.

De cualquier manera, cada estrategia de solución se plantea desde una perspectiva particular a la institución que se está estudiando, donde la parte más crítica para alcanzar unos buenos horarios depende de la modelación; el ingenio y el enfoque determinarán el nivel de calidad de la programación obtenida (Chávez et al., 2014).

Por las particularidades propias de cada SCTP, estos son considerados complejos, por lo que han llamado la atención de ingenieros y científicos interesados en encontrar métodos que ofrezcan en un tiempo razonable buenas soluciones; de ahí la importancia de utilizar modelos matemáticos y técnicas de programación. Conforme a esto, este artículo aborda el SCPT usando como herramienta un modelo matemático para mejorar la labor del profesor al minimizar sus desplazamientos entre sedes, optimizando su tiempo y, a la vez, cumpliendo con los requerimientos dados por el Proyecto Educativo Institucional (PEI). De esta forma, se agrega valor a todos los participantes del sistema.

1.1. Planteamiento del problema

Las IE's prestan el servicio educativo de media básica, y dependiendo de su infraestructura y tamaño, algunas usan diferentes sedes para ofrecer este servicio. Estas sedes, en la mayoría de los casos, se encuentran ubicadas distantes entre sí. Esta condición origina que algunos docentes deban desplazarse entre las sedes para completar su carga laboral. La obligatoriedad de la implementación de la jornada escolar extendida genera horas extras a los profesores, y las asignaciones académicas lo complejizan, además, con horarios de entrada y salida diferenciados. En consecuencia, para el SCPT las IE's deben tener en cuenta cuatro tipos de docentes:

a) Profesor titular de una sede: cumple con alguna de las siguientes características:
- Profesor que imparte clases sólo en una sede.
- Profesor compartido que tiene la mayor carga académica en dicha sede.

b) Profesor compartido: se traslada a impartir clases en varias sedes.

c) Profesor en jornada extendida: profesor con o sin horario especial.

d) Profesor sin horario especial: profesor cuya cantidad de períodos de tiempo que imparte en esta jornada corresponde a horas extras.

e) Profesor con horario especial: profesor que cumple con alguna de las siguientes características:
- Su intensidad horaria semanal es de 22 horas (legales) y labora en jornada extendida, es decir, sin tener horas extras.
- El número de períodos de tiempo que labora en jornada extendida es superior al total de horas extras.

En esencia, el horario especial es una forma de compensación por parte de las IE's para que al docente que imparta clases en jornada extendida se le programe el inicio de su labor un poco más tarde.

Adicionalmente, se deben tener en cuenta los requerimientos legales e institucionales. Los primeros son regulados por el MEN, el cual reglamenta y adopta normas sobre el ejercicio de la profesión docente:

a) Mínimo de intensidad horaria semanal.
b) Máximo de horas que pueden impartir diariamente.
c) Máximo de horas extras en la misma jornada.
d) Máximo de horas extras en jornada extendida (contraria).

Con respecto a los requerimientos de las IE's relacionados con la carga académica (asignaturas, grados e intensidad horaria semanal) se establecen las horas extras del cuerpo de docentes.

Finalmente, acerca de los requerimientos de los profesores, la información debe estar enfocada hacia el conocimiento de las necesidades y las preferencias personales, tales como:

a) Garantizar a los docentes con horario especial su permanencia de sólo seis horas diarias en la IE.

b) Para instituciones en núcleo que comparten docentes, programar sus horarios de tal manera que minimice los traslados entre las diferentes sedes.

c) Garantizar que en aquellos días donde el docente debe impartir clase más de una sede, éste disponga de tiempo para realizar el desplazamiento.

d) Programar asignaturas en períodos consecutivos y así mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Metodología

En esta investigación se propone el uso de un modelo de programación lineal entera, cuyas ecuaciones se implementaron en el software de optimización Lingo© 14 para hallar la solución factible para este *SCTP* con múltiples sedes.

3.1. Supuestos del Modelo.

Hace referencia a la programación de horarios de los profesores especiales (PHE), garantizando su permanencia en la IE de seis períodos de tiempo, el día que se le programe el horario especial.

a) Si la cantidad de horas cátedra semanal en jornada extendida que imparte el profesor especial es una cantidad par, se le programa por cada dos horas un día desde la tercera hasta la octava hora.
b) En el escenario que sea la cantidad impar, en un día su labor comienza a la segunda hora y termina a la séptima y el resto de días igual al contexto que fuera par.

3.2. Modelo Propuesto.

Sea PRO el conjunto de profesores p, ASI el conjunto de asignaturas a, GRU, el conjunto de grupos g, SED el conjunto de sedes s, DIA el conjunto de días d y TIE el conjunto de períodos de tiempo t.

Adicional, los subconjuntos PC, PJE, PHE, PIJ y PJC, se definen respectivamente profesores p, compartidos, que imparten en jornada extendida, con horario especial, que imparte todas las clases en la misma jornada, y que imparte en jornada contraria a su sede titular; TJE y TJN, como periodos de tiempo t correspondientes a las jornadas, extendida y normal, respectivamente.

Por su parte, AG(g), ADPG(g) y EG(g), son respectivamente los conjuntos de asignaturas, que se imparten en el grupo g, que tienen intensidad horaria semanal igual o mayor a dos y corresponden al profesor en su sede titular (excepto aquellas que se programan por bloque una vez por semana) y, las programadas por bloque una vez a la semana; GS(s), los grupos a los que se les imparte en la sede s, GJES(s), los grupos a los que se imparte en jornada extendida en la sede s; los conjuntos de profesores PCS(s), PHES(s), PHEIS(s), PJES(s) y PS(s), son en la sede s, respectivamente, compartidos en sede no titular, con horario especial y horas cátedra semanal en jornada extendida (todas o en parte) no son extras y cantidad par, con horario especial y horas cátedra semanal en jornada extendida (todas o en parte) no son horas extras y cantidad impar, con o sin horario especial en jornada extendida y, que imparte clase; y BS(p,a,g,s) el conjunto inducido de cada uno de los profesores con asignatura a que imparten en el grupo g y en la sede s.

Los parámetros empleados son, i_{ag}, intensidad horaria semanal de la asignatura a que se imparte en el grupo g; npc, número máximo de profesores compartidos que se pueden programar por día en la sede no titular; ntd, número máximo de períodos de tiempo diarios que pueden impartir los profesores; $ntiphes_{ps}$, número de períodos de tiempo impar semanal que no corresponde a horas extras, que imparte el profesor p en jornada extendida, por lo tanto se le programa uno o varios días en horario especial en la sede s; $ntjexches_{ps}$, número de períodos de tiempo semanal que imparte el profesor p con o sin horario especial en jornada extendida en la sede s; $ntpphes_{ps}$, número de períodos de tiempo par semanal que no corresponde a horas extras que imparte el profesor p en jornada extendida, por lo tanto se le programa uno o varios días horario especial en la sede s; $p1$, penalización por el número de días a la semana que necesita el profesor compartido para impartir las diferentes asignaturas en la sede no titular; $p2$, penalización a aquellas asignaturas de intensidad horaria igual o mayor a dos que la imparte el profesor en su sede titular y se programa solo un período de tiempo en el día.

Las variables de decisión del modelo:

BX_{pagsdt}= 1, si el profesor $p \in PRO$ imparte la asignatura $a$al grupo g en la sede $s$el día $d$en el período de tiempo t. 0, de lo contrario.

BHE_{psd}= 1, si el profesor $p \in PHE$ que imparte en la sede s el día d tiene horario especial. 0, de lo contrario.

BY_{psdt}= 1, si el profesor $p \in PC$ imparte en la sede s diferente a la titularel día d y arranca en el período de tiempo t. 0, de lo contrario.

BXA_{agdt}= 1, si la asignatura a que se imparte en el grupo $g$es programada el día d y arranca en el período de tiempo t. 0, de lo contrario.

BZ_{agd} = 1, si la asignatura a de intensidad horaria semanal igual o mayor a dos y la imparte el profesor en su sede titular en el grupo g es programada el día d solo un período de tiempo. 0, de lo contrario.

EHE_{psd}. Variable entera que representa el número de períodos de tiempo que el profesor $p \in PHE$ en la sede s el día $d$no se le programa clase.

Con la notación definida, el modelo de programación lineal entera es el siguiente:

Función objetivo (F.O):

$$\boldsymbol{min\,Z} = \sum_{\substack{s\in \\ SED}} \sum_{\substack{p\in \\ PCS[s]}} \sum_{\substack{d\in \\ DIA}} \sum_{\substack{t\in \\ TIE}} BY_{psdt} * p1 + \sum_{\substack{g\in \\ GRU}} \sum_{\substack{a\in \\ ADPG[g]}} \sum_{\substack{d\in \\ DIA}} BZ_{agd} * p2 \tag{1}$$

La F.O., (1) minimiza el traslado semanal de los profesores y penaliza aquellas asignaturas de intensidad mayor a dos horas semanales, si se programa un periodo de tiempo en el día.

Sujeto a:

$$\sum_{d\in DIA} \sum_{t\in TIE} \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} = i_{ag}, \forall g \in GRU, a \in AG(g) \tag{2}$$

$$\sum_{t\in TIE} BXA_{agdt} \leq 1, \forall g \in GRU, a \in AG(g), d \in DIA \tag{3}$$

$$\sum_{1}^{t^{|}} BXA_{agdt} \geq \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt^{|}}, \forall g \in GRU, a \in AG(g), d \in DIA, t \in TIE, t^{|} \leq t \tag{4}$$

$$BXA_{agdt} \leq \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt}, \forall g \in GRU, a \in AG(g), d \in DIA, t \in TIE \tag{5}$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} \left(BX_{pagsdt} - BX_{pagsd(t-1)}\right) \leq BXA_{agdt}, \forall g \in GRU, a \in AG(g), d \in DIA, t \in TIE, t \geq 2 \tag{6}$$

$$2\sum_{t\in TIE} BXA_{agdt} \geq \sum_{t\in TIE} \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt}, \forall g \in GRU, a \in ADPG(g), d \in DIA \tag{7}$$

$$2\sum_{t\in TIE} BXA_{agdt} - \sum_{t\in TIE} \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \leq BZ_{agd}, \forall g \in GRU, a \in ADPG(g), d \in DIA \tag{8}$$

(2 – 6) para asignaturas con dos o más horas consecutivas de intensidad semanal. (7 – 8) para asignaturas que imparte el profesor en su sede titular, dos periodos a programar una vez arranquen, penaliza en caso que se programe un solo periodo. Las inecuaciones (9 – 10) permiten el traslado del profesor entre la sede titular y otra sede.

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pag1dt} + \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pag2d(t+1)} \leq 1, \forall p \in PC, d \in DIA, t \in TIE, t \leq 7 \tag{9}$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pag2dt} + \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pag1d(t+1)} \leq 1, \forall p \in PC, d \in DIA, t \in TIE, t \leq 7 \tag{10}$$

$$\sum_{t\in TIE} BY_{psdt} \leq 1, \forall s \in SED, p \in PCS(s), d \in DIA \tag{11}$$

$$\sum_{1}^{t^{|}} BY_{psdt} \geq \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt^{|}}, \forall s \in SED, p \in PCS(s), d \in DIA, t \in TIE, t^{|} \leq t \tag{12}$$

$$BY_{psdt} \leq \sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt}, \forall s \in SED, p \in PCS(s), d \in DIA, t \in TIE \tag{13}$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} \left(BX_{pagsdt} - BX_{pagsd(t-1)}\right) \leq BY_{psdt}, \forall s \in SED, p \in PCS(s), d \in DIA, t \in TIE, t \geq 2 \tag{14}$$

(11 – 14) se refiere a profesores compartidos que se programan en la sede no titular,

$$\sum_{d\in DIA} BHE_{psd} = \frac{1}{2} * ntpphes_{ps}, \forall s \in SED, p \in PHES(s) \tag{15}$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt^{|}} \leq 1 - BHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHES(s), d \in DIA, t| \in TIE\,\{1,2\} \tag{16}$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt^{|}} \leq 1 - BHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHES(s), d \in DIA, t| \in TIE\,\{1,2\} \tag{17}$$

$$\sum_{d\in DIA} BHE_{psd} = \frac{1}{2} * ntiphes_{ps} + \frac{1}{2}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s) \tag{18}$$

$$\sum_{d\in DIA} EHE_{psd} = ntiphes_{ps}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s) \tag{19}$$

$$BHE_{psd} \leq EHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \tag{20}$$

$$EHE_{psd} \leq 2 * BHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \tag{21}$$

$$2\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsd1} \le 2 - EHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \quad (22)$$

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsd2} \le 2 - EHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \quad (23)$$

$$2\sum_{\substack{g\in\\ GJES[s]}}\sum_{\substack{[p,a,g,s]\in\\ BS}} BX_{pagsd7} \ge EHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \quad (24)$$

$$1-\sum_{\substack{g\in\\ GJES[s]}}\sum_{\substack{[p,a,g,s]\in\\ BS}} BX_{pagsd8} \le 2 - EHE_{psd}, \forall s \in SED, p \in PHEIS(s), d \in DIA \quad (25)$$

Los profesores en jornada extendida con horario especial, cuya cantidad de períodos es par corresponden a las inecuaciones (15 - 17) e impar a (18 - 25); En (26), los grupos en jornada normal deben estar con un profesor. Las restricciones para la jornada extendida, (27) los grupos máximo pueden estar con un profesor y, (28) garantiza que se programe en períodos consecutivos en dicha jornada.

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} = 1, \forall s \in SED, d \in DIA, t \in TJN, g \in GS(s) \quad (26)$$

$$\sum_{p\in PJES[s]}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \le 1, \forall s \in SED, d \in DIA, t \in TJX, g \in GJES(s) \quad (27)$$

$$\sum_{p\in PJES[s]}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsd(t+1)} \le \sum_{p\in PJES[s]}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt}, \forall s \in SED, d \in DIA, t = 7, g \in GRJES(s) \quad (28)$$

Un profesor sólo puede impartir en un período de tiempo una asignatura (29).

$$\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \le 1, \forall p \in PRO, d \in DIA, t \in TIE \quad (29)$$

$$i_{ag} * \sum_{t\in TIE} BXA_{agdt} \le \sum_{t\in TIE}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \le i_{ag} * \sum_{t\in TIE} BXA_{agdt}, \forall g \in GRU, a \in EG(g), d \in DIA \quad (30)$$

La desigualdad (30), programación de las asignaturas impartidas en un solo bloque por semana. (31 – 32) garantizan que los profesores no tengan días totalmente libres y (33) limita el máximo de horas cátedra.

$$\sum_{t\in TIE}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \ge 1, \forall p \in PIJ, d \in DIA \quad (31)$$

$$\sum_{t\in TIE}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \ge 0, \forall p \in PJC, d \in DIA \quad (32)$$

$$\sum_{t\in TIE}\sum_{[p,a,g,s]\in BS} BX_{pagsdt} \le \mathrm{ntd}, \forall p \in PRO, d \in DIA \quad (33)$$

$$\sum_{\substack{d\in\\ DIA}}\sum_{\substack{t\in\\ TJE}}\sum_{\substack{g\in\\ GJES[s]}}\sum_{\substack{[p,a,g,s]\in\\ BS}} BX_{pagsdt} = ntjexches_{ps}, \forall s \in SED, p \in PJES(s) \quad (34)$$

$$\sum_{p\in PCS[s]}\sum_{t\in TIE} BY_{psdt} \le npc, \forall s \in SED, d \in DIA \quad (35)$$

$$BX_{pagsdt}, BY_{psdt}, BZ_{agd}, BXA_{agdt}, BHE_{psd} \in \{0,1\} \quad (36)$$

$$EHE_{psd} \in \mathbb{Z} \quad (37)$$

La desigualdad (34) asegura el número de horas que imparte el profesor en jornada extendida en cada sede. La (35) es el máximo número de profesores compartidos que se pueden programar en la sede no titular diariamente. El dominio de las variables se asegura en (36 y 37).

Resultados

La IE caso de estudio, está constituida de cuatro escuelas con doble jornada, de las cuales en dos de ellas se imparte educación básica secundaria con un horario de seis períodos diarios consecutivos (jornada normal 6:30 a.m. a 12:30 p.m.), y la media (décimo y undécimo) con especialidades en electricidad y electrónica y, con siete horas adicionales en jornada extendida, de la siguiente manera: tres días en bloques de dos horas (12:40 p.m. a 2:30 p.m.), y un día una hora (12:40 p.m. a 1:35 p.m.).

Con respecto a los docentes con horas extras, si conciernen a la básica secundaria, se programan en jornada normal y, para la media en jornada extendida estableciendo la cantidad de períodos de tiempo semanal por sede.

Para estructurar la propuesta, se elaboraron seis instancias presentadas en la Tabla 1, que se diferencian por el aumento del número de datos, la última corresponde al caso de estudio.

Tabla 1. Tamaño de los grupos por instancias.

	Profesores	Asignaturas	Grupos	Sedes	Períodos a programar	Profesores Compartidos
1	12	16	4	2	148	7
2	20	16	8	2	296	7
3	29	16	13	2	446	8
4	31	16	17	2	566	8
5	32	16	21	2	686	8
6	32	16	23	2	746	8

Fuente: Autores

Los resultados de la tabla 2, están estructurados así, primero, se presenta el tamaño del problema (número de variables y restricciones); después, el tiempo computacional y el valor de la F.O para cada instancia.

Tabla 2. Resultados de las instancias de profesores con horario especial.

Instancia	Variables	Restricciones	Tiempo Computacional (segundos)	Valor F.O.
1	7.441	66.064	408,16	34
2	7.221	42.509	47,14	18
3	10.521	53.269	114,68	22
4	12.641	63.537	180,50	22
5	14.661	73.825	265,09	24
6	15.621	77.259	373,15	22

Fuente: Autores

La instancia 1 obtuvo el óptimo global de acuerdo con el modelo planteado. En la instancia 2 se debió relajar algunas restricciones a fin de que software encontrara la solución óptima.

- Las asignaturas deben programarse en períodos consecutivos.
- Programar máximo dos períodos en el día, es decir, aquellas asignaturas de intensidad igual o mayor a dos períodos en la semana y la imparte el profesor en su sede titular.
- Asignaturas que se programan en bloque (las especialidades).

La F.O esboza el traslado de los docentes compartidos. Adicionalmente, para evitar que las asignaturas se programen más de un período en el mismo día, se planteó la restricción (38):

$$1 \geq \sum_{t \in TIE} \sum_{[p,a,g,s] \in BS} BX_{pagsdt}, \forall g \in GRU, a \in ADPG(g), d \in DIA \quad (38)$$

Se observó que el día que el docente imparte en la sede no titular, su labor se programa en períodos consecutivos, pero ingresa más de una vez a un mismo grupo.

En los casos de las instancias 3 a la 6, se retomó el modelo diseñado en la instancia 2, pero relajando la restricción planteada en dicha instancia, y el resultado fue que algunos profesores titulares y compartidos ingresaban a un grupo en un día hasta 3 veces, pero no en forma consecutiva.

Hasta la instancia 5, los profesores compartidos son siete, donde todos son titulares en la sede 1, y el máximo de docentes compartidos que se pueden programar en la sede no titular diariamente es de dos (npc). En la instancia 6, los docentes compartidos, subió a ocho debido al aumento de la carga académica, donde el nuevo docente no es titular en ninguna de las sedes, lo que implica que el npc sube de dos a tres, y para que el software arroje el óptimo global se debe plantear dicho docente fijo en la sede 2.

Referente a la F.O., en la instancia 1, proyectó diez traslados de los profesores compartidos debiendo ser de nueve, mientras los casos arrojaron el valor mínimo posible de traslados. Con respecto a la programación de los horarios especiales, estos correspondieron totalmente a los requerimientos planteados en el modelo.

Discusión

Para conocer el comportamiento del modelo, se realizó un análisis de estructura, en dos escenarios, donde no se tienen en cuenta a los profesores con horario especial, sino que el modelo determina cuáles docentes deben impartir clase en jornada extendida.

En el escenario 1 se generaron los conjuntos PG (g) de profesores que imparten en el grupo y, PJESSHE(s) de profesores sin horario especial que imparten en jornada extendida en la sede. Igualmente, el parámetro $ntjexshes_{ps}$que es el número de períodos que imparte el profesor sin horario especial en jornada extendida en la sede. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3.Comparando los resultados de la F.O., de la Tabla 2 con la Tabla 3, se observó en las instancias 2 a 6, que el total de traslados no varió, mientras que, en la instancia 1 la F.O., aumentó debido al número de asignaturas en bloque que se penalizaron.

Tabla 3. Resultados de las instancias de profesores sin horario especial.

No. instancia	Tiempo Computacional (segundos)	Valor F.O.,
1	847,77	42
2	56,33	18
3	94,37	22
4	183,64	22
5	189,59	24
6	213,33	22

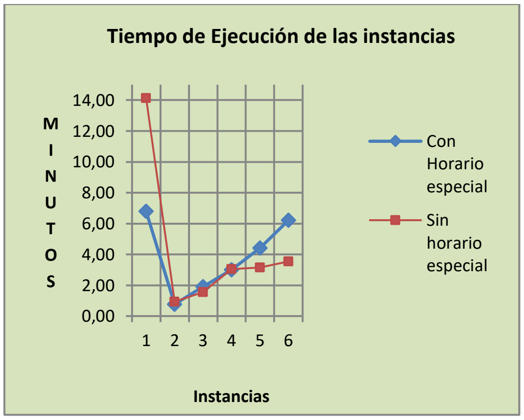

Figura 1. Tiempo de ejecución de las instancias con y sin horario especial.
Fuente: Autores.

En el caso del escenario 2, todas las instancias la F.O., plantea sólo los traslados de profesores compartidos. A continuación, se muestra en la figura 2 el tiempo computacional para cada instancia:

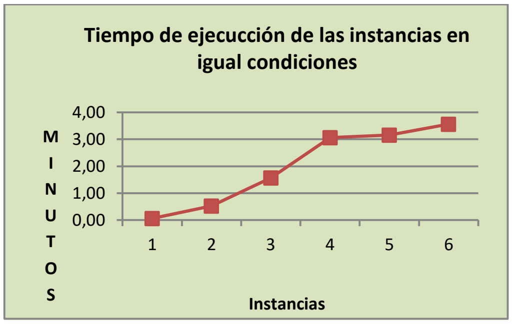

Figura 2. Tiempo de ejecución de instancias en igual condiciones.
Fuente: Autores.

Conclusiones

En esta investigación se ha modelado y resuelto un problema de *SCPT* a través de Programación Lineal Entera. La aplicación del modelo evidenció que el condicionante con respecto a los traslados entre sedes de los docentes compartidos cumplió con la minimización en todas las instancias, de igual manera los horarios especiales correspondieron totalmente a los requerimientos del modelo.

La complejidad del modelo propuesto radicó en la programación de asignaturas de intensidad de dos o más horas en períodos consecutivos, debiéndose relajar algunas restricciones, para obtener el óptimo global. Es decir, el modelo presenta ciertas limitaciones a medida que aumenta el tamaño del problema, confirmando así lo manifestado por diversos autores, acerca de la factibilidad de emplear el enfoque exacto para problemas de menor tamaño obteniéndose resultados en tiempos aceptables.

Con respecto al parámetro npc, se evidenció que debe ser un valor exacto, no oscilatorio, ya que aumentaría las combinaciones de profesores compartidos, y esto dificultaría encontrar fácilmente el óptimo. Además, se demostró su obligatoriedad en el planteamiento del modelo.

Una línea de profundización para esta investigación es la utilización de un método de solución meta heurístico para el modelo propuesto, para que, de esta forma, se puedan abordar instancias de mayor tamaño que las diseñadas en este trabajo, por ejemplo, un problema de programación de horarios con multi localización de profesores que permita la asignación de materias en multi período.

El modelo planteado satisface los requerimientos en caso de que los eventos a programar tengan igual intensidad semanal y se programen en un solo bloque, asignando cada evento a dicho multi período.

Referencias

Ahmed, L., Özcan, E., & Kheiri, A. (2015). Solving high school timetabling problems worldwide using selection hyper-heuristics. *Expert Systems with Applications*, *42*(13), 5463–5471. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.02.059

Al-Yakoob, S., & Sherali, H. (2015). Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem. *Computers {&} Operations Research*, *61*, 56–68. https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.02.011

Babaei, H., Karimpour, J., & Hadidi, A. (2014). A Survey of Approaches for University Course Timetabling Problem. *Computers & Industrial Engineering*, *86*, 43–59. https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.11.010

Badoni, R., Gupta, D., & Mishra, P. (2014). A new hybrid algorithm for university course timetabling problem using events based on groupings of students. *Computers & Industrial Engineering*, *78*, 12–25. https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.09.020

Beligiannis, G., Moschopoulos, C., Kaperonis, G., & Likothanassis, S. (2008). Applying evolutionary computation to the school timetabling problem: The Greek case. *Computers and Operations Research*, *35*(4), 1265–1280. https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.08.010

Bellio, R., Ceschia, S., Di Gaspero, L., Schaerf, A., & Urli, T. (2016). Feature-based tuning of simulated annealing applied to the curriculum-based course timetabling problem. *Computers and Operations Research*, *65*, 83–92. https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.07.002

Brito, S., Fonseca, G., Toffolo, T., Santos, H., & Souza, M. (2012). A SA-VNS approach for the High School Timetabling Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *39*, 169–176. https://doi.org/10.1016/j.endm.2012.10.023

Burke, E., Marecek, J., Parkes, A., & Rudová, H. (2012). A branch-and-cut procedure for the Udine Course Timetabling problem. *Annals of Operations Research*, *194*(1), 71–87. https://doi.org/10.1007/s10479-010-0828-5

Ceschia, S., Di Gaspero, L., & Schaerf, A. (2012). Design, engineering, and experimental analysis of a simulated annealing approach to the post-enrolment course timetabling problem. *Computers and Operations Research*, *39*(7), 1615–1624. https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.09.014

Crovo, A., Oliva, C., Martin, S., & Rojas, L. (2007). Modelos De Programacion Entera Para Un Problema De Models of Integer Programming for an University Timetabling Problem, *15*, 245–259.

Dorneles, Á., De Araújo, O., & Buriol, L. (2014). A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. *Computers and Operations Research*, *52*(PART A), 29–38. article. https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.023

Enriquez, E., Tellez, E., & Enriquez, E. (2007). *Uso de una Colonia de Hormigas para resolver Problemas de Programacion de Horarios*. Laboratorio Nacional de informática avanzada A.C., Xalapa, México.

Gunawan, A., Ng, K., & Poh, K. (2012). A hybridized Lagrangian relaxation and simulated annealing method for the course timetabling problem. *Computers and Operations Research*, *39*(12), 3074–3088. https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.03.011

Hao, J., & Benlic, U. (2011). Lower bounds for the ITC-2007 curriculum-based course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, *212*(3), 464–472. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.02.019

Katsaragakis, I., Tassopoulos, I., & Beligiannis, G. (2015). A comparative study of modern heuristics on the school timetabling problem. *Algorithms*, *8*(3), 723–742. https://doi.org/10.3390/a8030723

Kingston, J. (2012). Resource assignment in high school timetabling. *Annals of Operations Research*, *194*(1), 241–254. https://doi.org/10.1007/s10479-010-0695-0

Lewis, R., & Thompson, J. (2014). Analysing the effects of solution space connectivity with an effective metaheuristic for the course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, *240*(3), 637–648. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.07.041

Mahiba, A., & Durai, C. (2012). Genetic algorithm with search bank strategies for university course timetabling problem. *Procedia Engineering*, *38*, 253–263. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.06.033

Méndez-Díaz, I., Zabala, P., & Miranda-Bront, J. (2016). An ILP based heuristic for a generalization of the post-enrollment course timetabling problem. *Computers and Operations Research*, *76*, 195–207. https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.06.018

MirHassani, S. (2006). Improving paper spread in examination timetables using integer programming. *Applied Mathematics and Computation*, *179*(2), 702–706. https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.11.125

Nurmi, K., & Kyngäs, J. (2007). A Framework for School Timetabling Problem. *Mista*, 386–393.

Papoutsis, K., Valouxis, C., & Housos, E. (2003). A Column Generation Approach for the Timetabling Problem of Greek High Schools, *54*(3), 230–238.

Paz, L., Vergel, M. Rojas, J. Concepciones de educación a distancia y matemática financiera desde la comprensión ontohistórica de sus actores. Bogotá: Ecoe-UFPS

Pillay, N. (2014). A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*, *218*(1), 261–293. https://doi.org/10.1007/s10479-013-1321-8

Qu, R., He, F., & Burke, E. (2009). Hybridizing Integer Programming Models with an Adaptive Decomposition Approach for Exam Timetabling Problems, (August), 10–12.

República, S. D. La. (2001). Ley 715 de Diciembre 21 de 2001, *357*(diciembre 21), 46.

Santos, H., Uchoa, E., Ochi, L., & Maculan, N. (2012). Strong bounds with cut and column generation for class-teacher timetabling. *Annals of Operations Research*, *194*(1), 399–412. https://doi.org/10.1007/s10479-010-0709-y

Sarmiento, A. (2014). *Estudio del problema de ruteo de vehículos con balance de carga : Aplicación de la meta-heurística Búsqueda Tabú.*

Sarmiento, A., Torres, C., Quintero, C., & Montoya, J. (2012). Programación y asignación de horarios de clases universitarias: un enfoque de programación entera, July 23-27.

Skoullis, V., Tassopoulos, I., & Beligiannis, G. (2017). Solving the high school timetabling problem using a hybrid cat swarm optimization based algorithm. *Applied Soft Computing Journal*, *52*, 277–289. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.10.038

Soria-Alcaraz, J., Ochoa, G., Swan, J., Carpio, M., Puga, H., & Burke, E. (2014). Effective learning hyper-heuristics for the course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, *238*(1), 77–86. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.03.046

Veenstra, M., & Vis, I. (2016). School timetabling problem under disturbances. *Computers and Industrial Engineering*, *95*, 175–186. https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.02.011

Zhang, D., Liu, Y., M'Hallah, R., & Leung, S. (2010). A simulated annealing with a new neighborhood structure based algorithm for high school timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, *203*(3), 550–558. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.09.014