

# Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas en cálculo diferencial e integral: estudio etnográfico\*

Conceptions of teachers on the resolution of problems for the teaching of concepts of differential and integral calculus: ethnographic study \*

Concepções dos professores sobre a resolução de problemas no cálculo diferencial e integral: estudo etnográfico \*

Cristhian López Leyton \*\*  
Eliécer Aldana Bermúdez \*\*\*  
Jhon Darwin Erazo Hurtado \*\*\*\*

Universidad del Quindío, Colombia

Fecha de recepción del artículo: 25 de Agosto de 2017  
Fecha de aceptación del artículo: 21 de Diciembre de 2017  
Fecha de Publicación del artículo: 01 de Enero de 2018  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22335/rict.v10i1.448>

\*El artículo se inscribe como resultado del trabajo de investigación titulado "concepciones de los profesores del programa de licenciatura en matemáticas de la universidad del Quindío sobre la resolución de problemas en cálculo diferencial e integral: un estudio etnográfico".

\*\* Licenciado en Matemáticas. Filiación: Universidad del Quindío. Correo electrónico: leyton3991@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7335-2339>

\*\*\*Doctor en educación Matemática. Filiación: Universidad del Quindío. Correo electrónico: eliecerab@uniquindio.edu.co. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1691-2699>

\*\*\*\* MSc en Ciencias de la educación. Filiación: Universidad del Quindío. Correo electrónico: [jderazo@uniquindio.edu.co](mailto:jderazo@uniquindio.edu.co). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0036-4264>

Universidad Javeriana Cali. Correo electrónico: [gportillaw@gmail.com](mailto:gportillaw@gmail.com) Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3243-7659>

## Resumen

Este estudio tiene como finalidad analizar las Creencias y Concepciones de Profesores sobre la Resolución de Problemas (RP) para la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo diferencial e integral, en la formación de profesores de matemáticas. Las creencias y concepciones de profesores universitarios de matemáticas, se analizan como organizadores que incluyen imágenes mentales materializadas en el desarrollo de sus clases y las percepciones sobre su práctica educativa. El enfoque es cualitativo interpretativo y el método utilizado la etnografía, mediante un estudio de

caso. Los resultados permiten concluir que las concepciones que tienen los profesores sobre RP obedece a un modelo de enseñanza.

Palabras clave: creencia, concepción, resolución de problemas, cálculo.

### Abstract

This study aims to analyze the beliefs and conceptions of teachers about the problem resolution (PR) for teaching and learning of differential and integral calculus in the training of mathematics teachers. The beliefs and conceptions of university mathematics teachers are organizers that include mental images materialized in the development of their classes and perceptions about their educational practice. The approach is qualitative interpretive and the method used by ethnography, through a case study. The results allow us to conclude that the teachers' conceptions of PR are due to a teaching model.

Key words: Belief, Conception, Problem Resolution, Calculus.

### Resumo

O objetivo deste estudo é analisar as Crenças e as Concepções de Professores sobre Resolução de Problemas (RP) para o ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral, na formação de professores de matemática. Para isso, referem-se que afirmam que as crenças e concepções de professores universitários de matemática são organizadores que incluem imagens mentais materializadas no desenvolvimento de suas aulas e as percepções sobre sua prática educacional. A abordagem é qualitativa interpretativa, e o método utilizado na etnografia, através de um estudo de caso. Os resultados permitem concluir que as concepções que os professores têm sobre RP obedecem a um modelo de ensino.

Palavras-chave: Crença, Conceção, Solução de problemas, Cálculo.

### Introducción

La educación matemática pone a disposición estudiar desde las nociones más básicas hasta las matemáticas que se enseñan y se aprenden en la educación superior, a partir de sus rasgos epistémicos, didácticos, cognitivos, todos ellos tendientes a la preparación de un ciudadano competente para resolver los problemas que emergen de sus prácticas profesionales. Muchos planes de estudio a nivel de la educación superior, plantean la resolución de problemas (RP) como eje articulador transversal y como estrategia para el aprendizaje de los ejes conceptuales que contempla el proyecto curricular del programa (PEP, 2010).

En este sentido, los profesores en su proceso de planificación y diseño de clase, realizan procesos de transposición didáctica (Chevallard, 1991) que implica la preparación del profesor de un corpus del conocimiento y que pone en juego del saber matemático (surge de la investigación) al saber enseñando (la práctica en el aula) de elementos matemáticos que configuran el cálculo. Esta transposición didáctica emerge de saberes institucionales y personales (Godino, Batanero, Rivas, y Arteaga, 2013) que cada profesor asocia a una creencia o concepción de como utiliza la RP como contenido, aplicación después de terminar un tema o unidad didáctica, o como estrategia de enseñanza aprendizaje, y como proceso ligado al uso sentido y significado de los objetos matemáticos del conocimiento desde posturas sociales y culturales que ponen los saberes matemáticos en la dinámica de las actividades humanas. En este sentido, la RP como estrategia para la enseñanza de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial (CD) y cálculo integral (CI), está asociada a creencias o intuiciones y a concepciones o saber personal de los profesores, vinculadas a prácticas institucionales, personales, epistemológicas, didácticas, instruccionales y cognitivas, desligadas de contextos reales, lo que hace necesario ser objeto de estudio (Serrano, 2010).

De acuerdo con el encuadre epistemológico entre la experiencia personal y búsqueda de literatura en posturas, políticas nacionales de calidad para la

educación superior y las buenas prácticas de docencia e investigación, se aseveró la necesidad de analizar desde una postura investigativa el planteamiento ¿Cuáles son las creencias y las concepciones que tienen los profesores universitarios sobre el papel de la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos fundamentales del Cálculo diferencial e integral?

### Aspectos conceptuales

Las creencias están asociadas a rasgos de tipo subjetivo de las personas, en este caso particular de los profesores de matemáticas, ligadas a los sentimientos y un poco guiadas por las emociones relacionadas con aspectos propios de la personalidad; las creencias obedecen a acciones más de tipo empírico sobre percepciones del hacer del profesor sobre su práctica pedagógica. Por su parte, (Pajares, 1992) citado en Gil Cuadra y Rico (2003), considera que las creencias son "verdades personales indiscutibles, sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tiene un fuerte componente evaluativo y afectivo. Las creencias se manifiestan a través de declaraciones verbales o de acciones (justificándolas) (Martínez, Vergel, Zafra, 2015).

Asimismo Thompson (1992), plantea que los docentes difieren ampliamente en sus creencias sobre la naturaleza y el sentido de las matemáticas, dando al investigador una idea muy amplia de lo que pueden ser las finalidades más relevantes que puede considerar el profesor a la hora de plantear y llevar a cabo su cronograma de actividades, su percepción frente al papel que se juega cada día en su práctica profesional, cómo se desenvuelve en ella, y el lugar que ocupan sus estudiantes en relación al entorno matemático. Igualmente se asocian factores importantes a las creencias como el elemento cognitivo derivado del grado de razonamiento que el profesor da a sus ideas, un componente afectivo basado en sus experiencias o circunstancias enfrentadas, y finalmente, elementos conductuales que relacionan su círculo social y laboral ante sus posiciones en torno a la enseñanza (Pajares, 1992).

Por otra parte para García et al. (2006) las creencias por parte del profesor: Son ideas poco elaboradas, generales o específicas, las cuales forman parte del conocimiento que posee el docente pero carecen de rigor para mantenerlas- e influyen de manera directa en su desempeño. Las creencias sirven como filtro para todo aquello que supone el proceso enseñanza-aprendizaje. (García et al., 2006).

Las concepciones: incluyen las creencias y en este caso se podría estar hablando de concepciones de tipo subjetivo, estas obedecen más a procesos mentales contruidos y establecidos que pueden ser además epistemológicos porque obedecen a un conocimiento sobre el programa o la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, las concepciones para algunos autores son "organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, entre otras, que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan" (Moreno y Azcárate, 2003, p. 267).

En su estudio Flores (1998) relaciona el término "concepciones" en torno a las matemáticas de la siguiente manera; la forma como se concibe el conocimiento y su relevancia personal (concepciones sobre las matemáticas), método de aprendizaje y enseñanza (concepciones sobre el estudio y preparación en matemáticas), aplicabilidad cotidiana (concepciones sobre la adaptabilidad a las situaciones en contexto), y finalmente su propia preparación para profesor (concepciones sobre la didáctica de las matemáticas). En este sentido, todos los constructos que implícitamente la palabra concepción refiere:

"Una concepción del profesor sobre la naturaleza de las matemáticas puede verse como creencia, concepto, significado, regla, imagen mental y preferencia, consciente o inconsciente del profesor en relación a las matemáticas. Éstas creencias, conceptos, puntos de vista y preferencias, constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas" (Thompson, 1992; p. 132)

Para Porlán (1992) la palabra concepción ligada al pensamiento del profesor y la formación de

profesores, constituye un sistema para la toma de decisiones acerca de su praxis, que interviene desde los saberes disciplinares y saberes derivados de la experiencia y junto a teorías y estrategias aplicadas en las prácticas profesionales conforman la identidad del docente. Las concepciones se presentan como un condensado de posturas que un profesor antepone para realizar su intervención en el aula, es así como estas actitudes referentes a la enseñanza y aprendizaje conforman la estructura sus estrategias como docente (Contreras y Carrillo, 1995).

Relación entre creencias y concepciones: Entre las creencias y las concepciones existe una relación que podría llamarse de inclusión, al respecto Llinares (1991) reconoce que entre conocimiento, creencias y concepciones existen diferencias sutiles. Las creencias son el "contexto psicológico" en el que se produce el aprendizaje en los cursos de formación; las concepciones constituyen sistemas cognitivos interrelacionados de creencias y conocimientos que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan. Los profesores durante sus prácticas generan ideas de cómo desarrollar los contenidos de la enseñanza, pero sobre todo cómo enseñar a resolver problemas matemáticos, para ello, utilizan sus ideas producto de la experiencia, pero sin dejar de lado sus creencias y las concepciones matemáticas. A partir de estas concepciones el profesor hace la transposición didáctica y utiliza la resolución de problemas desde diferentes enfoques como: metodología, estrategia, contenido o aplicación después de concluir la enseñanza de un objeto matemático.

Las concepciones y creencias, de acuerdo con Ponte (1994) conciben parte del conocimiento, y en este sentido, las creencias son certezas descendientes de vivencias o inventiva propia, muy a diferencia de las concepciones, siendo estas la moldura organizacional de conceptos involucrados en procesos de cognición que intervienen al momento de realizar una actividad de cualquier naturaleza.

La resolución de problemas (RP). La educación matemática ha tenido como fin primordial que los estudiantes aprendan las matemáticas a partir de la resolución de problemas, las reformas educativas a

través de los estándares por competencias ponen como telón de fondo la resolución de problemas para que un estudiante logre ser matemáticamente competente. Efectivamente, gran parte de las investigaciones en educación matemática llevadas a cabo en diferentes partes del mundo, tienen que ver con la resolución de problemas como estrategia para el aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, según Stanic y Kilpatrick (1989), afirman que los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Quienes enseñan matemáticas han aceptado la idea que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término "resolución de problemas" se ha convertido en slogan que acompañó concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemáticas en general y resolución de problemas. La resolución de problemas ha adoptado diferentes significados:

- Resolver problemas como contexto para: enseñar matemática, crear motivación por algunos temas, recrear, desarrollar habilidades, y práctica.
- Resolver problemas como habilidad: rutinarios (habilidades básicas), no rutinarios (de nivel superior), y técnicas de resolución como contenido para aplicar lo aprendido.
- Resolver problemas es "hacer matemática": creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática consiste en problemas y soluciones (Pólya, 1954).

Las concepciones que poseen los profesores para la RP, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pueden estar ligadas a los mismos significados. Así mismo, estas concepciones pueden jugar un papel fundamental a la hora de cómo se tiene interiorizados los conceptos de ejercicio, problema en matemáticas, y situaciones problema. En síntesis, la matriz representa un paralelo entre lo que diferentes autores comprenden sobre "ejercicio", "problema" y "situación problema"

Tabla 1. Paralelo entre “Ejercicio”, “Problema” y “Situación problema”

Ejercicio	Problema	Situación problema
<p>Actividad de enunciado claro y concreto que evoca sistemática y mecánicamente el empleo de un algoritmo o concepto.</p> <p>Herramienta que procura resolver, evocar o recordar un objeto matemático en específico, definición o teorema (Blanco, 1993)</p> <p>Posee la característica de ser solucionado por una serie de pasos memorísticos dados (algoritmos), y que en repetidas ocasiones convergen a procesos netamente numéricos.</p> <p>En su práctica la posibilidad de desarrollar habilidades de razonamiento y competencias para la resolución de problemas son muy limitadas. Schoenfeld (citado en Blanco, 1993)</p> <p>Son utilizados inmediatamente de la exposición del teorema, definición, u objeto matemático. Esto da la seguridad al estudiante sobre la herramienta que debe utilizar.</p>	<p>Situaciones formuladas en contexto cuya resolución requiere una traducción del enunciado, oral o escrito, a expresión matemática (Blanco,1993), ejecutar un plan y examinar resultados.</p> <p>Situación en la que el estudiante propende realizar un proceso para llegar a una meta, pero no conoce la maniobra que debe realizar para lograrla)</p> <p>Vínculo entre el individuo y la tarea; se emplea la palabra problema para describir una tarea que resulta compleja para el individuo que está tratando de resolverla (Schoenfeld , 1985)</p> <p>Su consecución depende en gran medida de los conocimientos previos y el grado de compromiso del individuo que lo afronta” (López y Contreras, 2014. p. 426) para lo cual se hacen necesarias estrategias heurísticas y meta-cognitivas</p> <p>Circunstancia que evoca un grado de inseguridad y que ocasiona tácticas orientadas en el seguimiento de una solución. (Pino, 2012)</p>	<p>“problemas sobre situaciones reales” que representen para el estudiante un contexto verdadero y significativo en su cotidianidad. El escenario resulta relevante para la comprensión y la resolución matemática del problema.</p> <p>Actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos haciendo necesaria para su solución investigar otros datos relevantes asociados.</p> <p>“La solución de este tipo de problemas conlleva a la construcción de un modelo matemático. El punto de partida en la construcción de un modelo matemático es un problema real” (Benítez y Londoño, 2009)</p> <p>Sitúan a los estudiantes en la esencia de los modelos, instrumentos y operaciones base de las matemáticas, plasmadas a situaciones concretas del contexto estudiantil y cotidiano</p> <p>Se hace necesario de un suceso, el entorno del problema que aporta datos relevantes, actores participantes, incógnitas, y finalmente un interrogante que precisa de una decisión o rumbo.</p>

Fuente: Autores

### Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas

Los profesores universitarios en su proceso de transposición didáctica generalmente apoyan su práctica pedagógica de manera experimental en modelos de RP que de alguna manera responden a lo planteado por Pólya sobre “cómo plantear y resolver problemas”, allí plantea las célebres cuatro fases para enfrentar un problema. A base de este principio o esquema, diferentes autores plantearon sus propias teorías añadiendo algunas etapas al

proceso y en otros casos procurando depurar y perfeccionar las ya planteadas.

En este sentido es preciso citar a Mason, Burton y Stacey, Bransford y Stein, Shoenfield y Miguel de Guzmán. Investigadores como Barrantes (2008) apoyado en Bay (2000) afirman que la resolución de problemas es usada por los profesores en el aula de clase en torno a tres posturas; enseñar para resolver problemas, enseñar acerca de la resolución de problemas y enseñar mediante la resolución de problemas. De acuerdo a la primera postura el objetivo es exponer y describir conceptualmente un



objeto matemático que viene seguido de un sin número de ejercicios para posteriormente plantear situaciones que describan lo estudiado.

La segunda postura se centra en lo que tiene que ver con la adquisición de una habilidad mediante estrategias o heurísticas que faciliten la resolución de problemas mediante el uso de herramientas matemáticas. Y finalmente la resolución de problemas como vehículo para el aprendizaje, que consiste en enseñar los contenidos matemáticos mediante el planteamiento y la resolución de situaciones en las cuales dialogan los objetos matemáticos con el mundo real, para ello el profesor induce una problemática o situación problema que involucra el eje temático de la clase y mediante ella se desarrollan los contenidos curriculares.

En conclusión, las concepciones se presentan como un condensado de posturas que un profesor antepone para realizar su intervención en el aula, es así como estas actitudes referentes a la enseñanza y aprendizaje configuran la estructura conceptual y las estrategias como docente (Contreras y Carrillo, 1995). En este sentido, se hace evidente la necesidad de indagar sobre el modelo de formación de profesores situado desde en un componente específico como lo es la RP, y en función de ello, se puede abordar como campo de investigación y no remitirse solamente a una aplicación de conocimientos adquiridos, sin dejar a un lado métodos, algoritmos o los procedimientos rutinarios ratificadores de un dominio conceptual. (Puig citado en Cortés y Sanabria, 2012).

### Metodología

Esta investigación tiene un enfoque cualitativo, porque "está orientada a la comprensión, cuyo objetivo es describir e interpretar la realidad educativa desde dentro" (Sabariego, 2009, p. 281); y tiene que ver con la forma cómo los estudiantes comprenden/construyen los conceptos de: límite, derivada, e integral definida, mediante el planteamiento y resolución de problemas y el papel que la RP juega en la enseñanza y aprendizaje en estudiantes de tercer año de Licenciatura de Matemáticas.

Este estudio está sustentado en un método de investigación etnográfico ya que este tipo de investigación es "el más conocido y utilizado en el campo educativo para analizar la práctica docente, describirla desde el punto de vista de las personas que en ella participan y enfatizar las cuestiones descriptivas e interpretativas" Sabariego, M. (2009). Otros la definen como el método investigación por el que se aprende el modo de vida de una unidad social concreta, por ejemplo, un claustro de profesores o una escuela. Para ello se llevan a cabo registros del que hacer del profesor en periodos largos de tiempo a través de la observación en el aula, entrevistas, revisión de materiales, y registros de audio y video; esto permite dar explicaciones de práctica escolar estudiada.

La población está constituida 52 profesores, de los cuales se determinaron dos (2) profesores, ya que estos son lo que orientan las variables de formación (Cálculo Diferencial y Cálculo Integral) en el Programa de la Licenciatura en Matemáticas y constituyen la unidad de análisis para el proceso de investigación. Para el diseño metodológico se tuvieron en cuenta las fases de la investigación etnográfica (Murillo y Martínez, 2010): Selección del diseño; determinación de las técnicas; acceso al ámbito de investigación; selección de los informantes; recogida de datos y la determinación de la duración de la estancia en el escenario; procesamiento de la información recogida; y elaboración del informe. El diseño se sintetiza en las siguientes fases y en el esquema la figura 1: Fase 1. Planeación: Consiste en el planteamiento del problema, formulación de los objetivos, definición del marco teórico, y el diseño metodológico incluidos los instrumentos y las técnicas de análisis. Fase 2. Ejecución: acceso al ámbito de investigación, selección de informantes (profesores y estudiantes) y trabajo de campo. Fase 3. Análisis: hace referencia al procesamiento de la información obtenida a partir de los instrumentos previamente establecidos (diarios de campo, preparadores de clase de los profesores, apuntes de clase de los estudiantes, entrevistas semiestructuradas, y finalmente la observación y el registro de episodios en audio y video) y mediante el método de la triangulación. Fase 4. Informe.

Las técnicas utilizadas en este estudio etnográfico fueron: La observación no participante, diario de campo y entrevista semiestructurada. De acuerdo

con la literatura existente se consolidaron las categorías y subcategorías adaptadas de Cortés y Sanabria (2012).

Tabla 2: Categorías de análisis

Categorías	Subcategorías
Posturas sobre las matemáticas:	<p>Concepciones sobre el sentido de las matemáticas.                      Concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas.                      Filosofía de las Matemáticas.</p>
Posturas sobre la práctica educativa:	<p>Concepciones sobre el estudio y preparación en matemáticas (Flores, 1998).                      Concepciones sobre la adaptabilidad a las situaciones en contexto.                      Concepciones sobre la didáctica de las matemáticas presente en el Cálculo.                      Concepciones sobre su intervención en el aula (Contreras y Carrillo, 1995).                      Concepciones que poseen los profesores en la enseñanza y aprendizaje de del Cálculo, ligadas a los mismos significados sobre las matemáticas.                      Concepciones sobre el currículo del programa.                      Concepciones sobre la finalidad de aprender Calculo Diferencial e Integral.                      Concepciones sobre la reflexión de la práctica docente.</p>
Posturas sobre el planteamiento y la resolución de problemas:	<p>Concepciones sobre la resolución de problemas.                      Significado de resolver problemas de acuerdo con el uso que se les ha dado (Vilanova et. al., 2001).</p> <p>Concepciones sobre que es un ejercicio, problema en matemáticas, y situaciones problema.</p> <p>Concepciones sobre los modelos para la resolución de problemas.</p> <p>Concepciones sobre el objetivo de la resolución de problemas en los estudiantes.</p> <p>Concepciones que posee el profesor frente aspectos epistemológicos en la resolución de problemas.</p> <p>Concepciones sobre el propio significado de resolver problemas.</p>

Fuente: Autores

El procesamiento de la información recogida mediante el diario de campo permitió, establecer categorías de análisis que luego fueron trianguladas con otros instrumentos utilizados durante el trabajo de campo, con el propósito de desarrollar una comprensión sistemática para identificar los patrones que configuran las concepciones y el modelo de resolución de problemas adoptan en el aula de clase para determinar el conocimiento, la experiencia, las acciones, las metodologías, las técnicas, los recursos, el contrato didáctico, las variables didácticas, la transposición didáctica, y la interacción, para acercarnos a una trayectoria real sobre la enseñanza del Cálculo a través de la RP y

dejar de alguna manera plasmado un modelo de RP aplicado a la enseñanza de conceptos en esta área del conocimiento.

### Resultados y discusión

En este apartado los resultados y la discusión se presentan en función de los episodios de dos profesores en una clase de cálculo diferencial e integral respectivamente durante dos horas de clase en el primer semestre de 2017. La información obtenida y el registro de estos episodios se obtuvieron a partir de un registro en un diario de campo configurado por las notas de clase de los profesores, los apuntes de los estudiantes y una entrevista semiestructurada a los profesores. En este sentido, los dos episodios son presentados y



discutidos mediante la triangulación de la información obtenida de estos instrumentos

mencionados como se presenta en la siguiente tabla

Tabla 3: Episodio de clase Calculo Diferencial

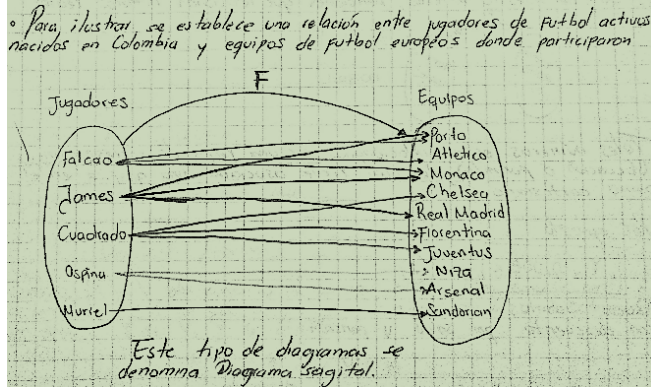
Descripción (situación)	Argumento (Visión del etnógrafo)
-------------------------	----------------------------------

El profesor anuncia comenzará con la unidad de funciones, y enfatiza en que será una de las dos clases más importantes del semestre junto con la clase de derivadas también argumenta que debido a que la materia prima del cálculo son las funciones, se resume así el trabajo para las siguientes tres asignaturas de cálculo siguientes.

El profesor establece una relación entre los propósitos del curso y el tema con el que comenzará el espacio académico de Cálculo Diferencial, permitiendo a los estudiantes establecer las finalidades de su formación.

El profesor inicia con la definición de **Relación entre dos conjuntos**. Para ilustrar lo anterior plantea un ejemplo sobre la relación entre jugadores de futbol activos nacidos en Colombia y equipos europeos de futbol donde participaron.

El docente parte de hacer énfasis en los conocimientos básicos o iniciales del Cálculo para captar la atención sobre la importancia de la Unidad para el desarrollo de toda la línea de los Cálculos



El docente utiliza una situación real asociada a un deporte para ejemplificar relaciones entre conjuntos. Posteriormente evidencia que la situación de los jugadores y equipos *no* es ejemplo de función debido a que *no* cumple la definición formal de función.

Figura 2: Apuntes de un estudiante

El docente plantea una situación nueva pero en el mismo contexto deportivo, esta permite al estudiante evidenciar un ejemplo de función para una situación de su cotidianidad, en ella puede captar como se satisface la definición formal de función mediante la relación de dos características que se corresponden con una determinada particularidad biunívoca.

El profesor copia en el tablero la definición de **Función** y pide a sus estudiantes relacionar las dos últimas definiciones y muestra como el ejemplo anterior *NO es una idea de función*. Seguidamente el docente ejemplifica la relación que existe entre el jugador y el número que utiliza en su camiseta, siendo este *un ejemplo de función*.

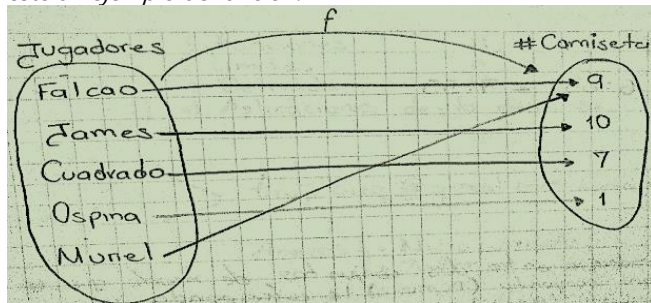


Figura 3: Apuntes de un estudiante

Fuente: Autores



Tabla 4. Episodio 2 cálculo diferencial

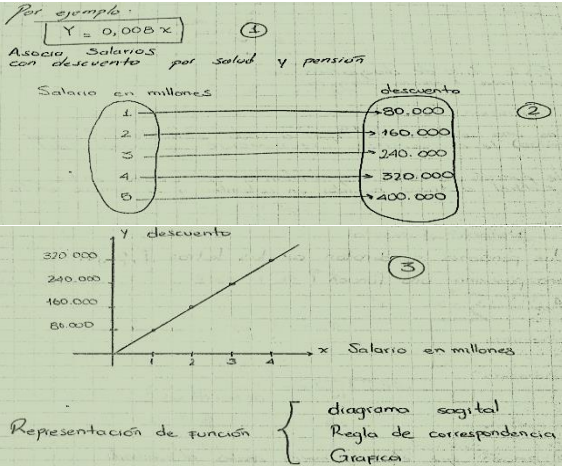
Descripción (situación)	Argumento (Visión del etnógrafo)
<p>El profesor plantea ejemplo relacionado con el número de esposas permitidas en Colombia ante la ley, donde un hombre corresponde a una sola mujer para contraer matrimonio. El docente plantea el interés de funciones que relacionan números reales establecidos mediante una <i>Regla de correspondencia</i>, <i>ecuación</i>, así como a gráfica en el plano cartesiano. A continuación el profesor plantea un ejemplo: La ecuación <math>y = 0,008x</math> asocia salarios con descuento por salud y pensión</p>	<p>Este ejemplo de las esposas permitidas por la ley es contrastado con otros países donde la misma situación cambia de ser función a relación, pues es permitido tener varias parejas en matrimonio, dando al estudiante la posibilidad de extrapolar el concepto a diferentes ámbitos.</p>
 <p>Handwritten notes on grid paper. At the top, it says 'Por ejemplo' and shows the equation <math>Y = 0,008x</math> circled. Below it, 'Asocia Salarios con descuento por salud y pensión'. A correspondence diagram shows 'Salario en millones' (1, 2, 3, 4, 5) on the left and 'descuento' (80.000, 160.000, 240.000, 320.000, 400.000) on the right, with arrows connecting them. Below that is a Cartesian graph with 'Salario en millones' on the x-axis and 'descuento' on the y-axis, showing a straight line passing through the origin and points (5, 400.000). At the bottom, it says 'Representación de función' and lists 'diagrama sagital', 'Regla de correspondencia', and 'Gráfica'.</p>	<p>El docente plantea una situación que tiene que ver desde lo cotidiano pero articulado en el contexto matemático, que asocia una función lineal con salarios y descuentos de salud y pensión propios de los trabajadores Colombianos. De esta manera el profesor liga situaciones reales para poder ejemplificar las definiciones y a su vez relacionar representaciones de tipo algebraico, gráfico y simbólico, que constituyen la construcción de nuevos conceptos e ideas en torno al eje temático de la clase, logrando mostrar a sus estudiantes las tres formas de representación de una función (Regla de correspondencia, Diagrama sagital, y Gráfica cartesiana).</p>
	<p>Finalmente el profesor expone a sus estudiantes la definición formal de función real y notaciones funcionales, lo que permite evidenciar que para esta sesión la metodología del docente es expositiva referente al manejo de definiciones y ejemplos asociados a situaciones reales que permiten a los estudiantes mediante un proceso inductivo y una serie de cuestionamientos, adquirir ideas pragmáticas sobre la formalidad de las definiciones.</p>

Figura 4: Apuntes de un estudiante

Fuente: Autores

Tabla 5. Episodio de clase Cálculo Integral

Descripción (situación)	Argumento (visión del etnógrafo)
<p>En la clase anterior el profesor expone (teorema fundamental de cálculo parte I y teorema fundamental del cálculo parte II) en función de ello hace estudio previo de temáticas: Definición de relación inversa de la integral y la derivada, teorema fundamental de cálculo parte I, teorema fundamental del cálculo II. Posteriormente al enunciado del teorema y sus respectivas demostraciones se hacen ejercicios. A continuación el docente asigna diferentes ejercicios para practicar lo visto en la clase. Para la sesión actual el docente saluda a sus estudiantes y les pregunta sobre dudas que puedan haber tenido con los ejercicios de integración de acuerdo con las dos partes del teorema fundamental del Cálculo vistos en la clase anterior. Paso siguiente rememora el teorema con dos ejemplos:</p> $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$ $\int_0^1 x = F(1) - F(0) = \left(\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) = \frac{1}{2}$	<p>El docente expone teoremas con sus respectivas demostraciones ejemplificadas con ejercicios para ilustrar su utilidad y algoritmo respectivo. Esto según Blanco (1993) se constituye como una herramienta que procura resolver, evocar o rememorar un objeto matemático en específico. Acorde a Benítez (2013) se evidencia una enseñanza caracterizada por el seguimiento de reglas y procedimientos a partir de una lectura de conceptos matemáticos y ejercitación mediante la cual el estudiante debe adquirir la destreza y dominio de los mismos. Destaca la importancia de los teoremas fundamentales al permitir calcular integrales sin recurrir a sumas de Riemann, y añade "al terminar la definición de integral definida verán que tiene muchas representaciones o aplicaciones como áreas, volúmenes, centros de masa, puntos de inercia" Enlaza la clase anterior a la actual mediante ejercicios que ilustran el algoritmo de integración, para este caso un ejemplo de antiderivación y otro de integración definida que ponen de manifiesto la importancia del dominio conceptual que enfatiza el docente.</p>

Fuente: Autores

Tabla 6. Episodio de clase Cálculo Integral

**Descripción (situación)** **Argumento (visión del etnógrafo)**

Después de realizar algunos ejercicios de evaluación de integrales, el docente plantea un ejemplo de área bajo la curva, para lo cual solicita a sus estudiantes determinar la suma de Riemann con una partición regular y luego resolver el problema usando integral definida:

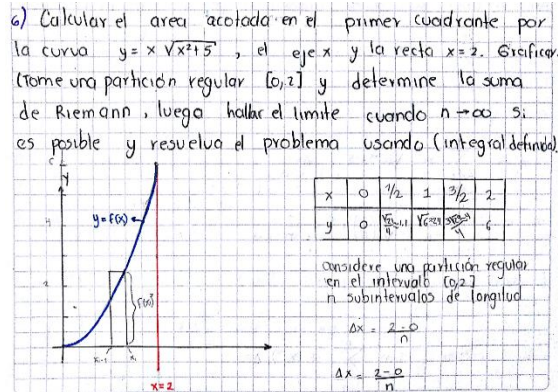


Figura 6: Apuntes de los estudiantes

El docente mediante este ejemplo ilustra el paralelo que existe entre resolver el problema de área bajo la curva mediante sumas de Riemann y el uso del último teorema visto (teorema fundamental del cálculo); mediante la aproximación de la suma de Riemann los estudiantes evidencian que el proceso de resolver el problema se hace con una suma finita de particiones (que representan áreas) y que al tomar el límite cuando la partición tiende a cero puedo hallar el área exacta. Posteriormente el profesor plantea el problema por el método de integración definida y enfatiza que es fundamental que se vea el proceso mediante el cual el límite de una suma de Riemann representa una integral definida.

El profesor después de exponer problemas de área bajo la curva que ilustran la utilización de integrales definidas, afirma que se estudiarían aplicaciones que requieren del uso de integrales, estas dan desde diferentes situaciones un contexto de lo que significa resolver una integral (Aldana y González, 2016). El docente parte de un ejemplo del contexto físico para relacionar el objeto matemático con su aplicación desde otra disciplina, este ejemplo es resuelto en clase.

A continuación el docente presenta a sus estudiantes una “aplicación” de la integral definida “desplazamiento o cambio de posición de una partícula” y realiza un ejemplo.

En congruencia con lo anterior, el profesor plantea otro ejemplo también relacionando el uso del objeto matemático en cuestión con una aplicación física, para este caso el cómo está definida la Densidad Lineal en términos de una integral definida.

Paso siguiente el profesor expone una definición que nombra como otra aplicación:

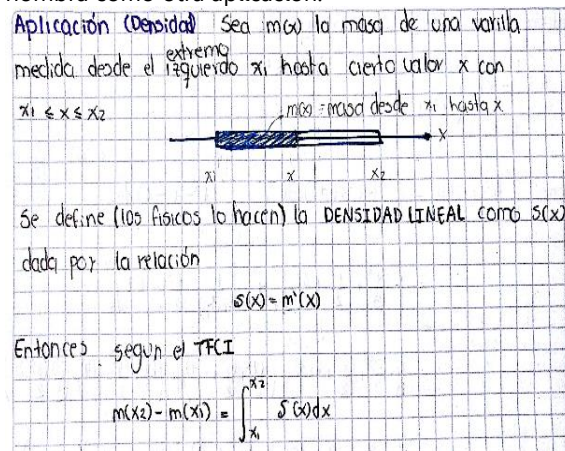


Figura 7: Apuntes de los estudiantes

El profesor relaciona las aplicaciones del objeto matemático a diferentes disciplinas (física, estadística), esto lo hace mediante definiciones de otros contextos que vinculan el uso de integrales definidas para resolver situaciones propias del mundo real.

Fuente: Autores

En función de la sesión abordada, los referentes teóricos de apartados anteriores y las temáticas evidenciadas, es posible situar el desarrollo de clase

a la luz de la bibliografía encontrada. A partir de ello se constata, que el profesor 1 concibe la resolución de problemas desde su praxis educativa como

contexto para enseñar matemática, es decir, mediante el uso de situaciones reales y pragmáticas ejemplifica e ilustra la formalidad de las definiciones (Stanic y Kilpatrick, 1989). Esto en concordancia con investigaciones como Cortés y Sanabria (2012) evidencian que el profesor de matemáticas no plantea un modelo didáctico o instruccional basado en la resolución de problemas.

Para el caso del profesor 2 se concibe la resolución de problemas como habilidad (Stanic y Kilpatrick, 1989), es decir, después de un estudio conceptual a profundidad en el cual se desarrollan definiciones, teoremas y demostraciones, el docente plantea ejercicios de práctica y problemas de habilidades básicas que posteriormente se reflejan en una

“aplicación”, lo anterior de acuerdo con Barrantes (2008); Bedoya y Ospina (2014) evidencia que la postura que toma el docente en el desarrollo en sus clases consiste en resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual.

Además de lo anterior, junto con el desarrollo de clase de los cursos, es evidente que en el trasfondo de cualquier modelo de enseñanza de las matemáticas existe una filosofía de las matemáticas que permea su práctica pedagógica y conforman un sistema de creencias (Benítez, 2013).

Tabla 7. Entrevista

Descripción:	
Dado que la finalidad de la entrevista gira en torno a conocer el pensamiento del profesor respecto a su modelo de enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral, así como su postura frente al papel de la resolución de problemas, se muestran las tendencias de los docentes en función de dos preguntas conductoras: ¿Cuál es su mejor estrategia para enseñar los conceptos del Cálculo Diferencial e Integral? y ¿Por qué? ¿Qué función cumple la resolución de problemas como estrategia y competencia matemática en los estudiantes?	
Tendencia:	
¿Cuál es su mejor estrategia para enseñar los conceptos del Cálculo Diferencial e Integral? y ¿Por qué	Los profesores afirman que la mejor estrategia engloba temáticas, desde el momento que se habla de funciones o antiderivación estar recordando que el tema de funciones (CD) – antiderivada (CI) se requiere para lo que viene, efectivamente cuando ve límites (CD) – notación sigma (CI) destaca nuevamente la importancia de las funciones o la antiderivación pero aclarando que el tema de límites (CD) va a ser el tema fundamental en derivada, porque las derivadas se definen como límites, cuando se está en derivadas entonces afirman “mire la importancia de los límites acá” “mire que las derivadas se le calculan a funciones”. En el caso de la notación sigma (CI) se debe destacar su importancia puesto que permite comprender porque la integral definida es el resultado de tomar el límite de una suma de Riemann. De ahí se plantean problemas de aplicación por ejemplo que se resuelven con derivadas (CD), desplazamiento de partículas, centros de densidad, crecimientos poblacionales que se resuelven con integrales definidas (CI) entonces eso despierta el interés, más allá lo que se hace es recordar que aparte de todas las aplicaciones que tienen, el Cálculo Integral y las Ecuaciones Diferenciales dependen de lo que se haga en cálculo diferencial y cómo se conecta la temática, pues deja ver que no son aisladas y todo está conectado.
¿Qué función cumple la resolución de problemas como estrategia y como competencia matemática en los estudiantes?	Los profesores afirman que lo primero que tiene que hacer un estudiante es conceptualizar, y cuando tiene claro el concepto entonces una forma de verificar es enfrentándose a diferentes tipos de ejercicios y problemas, y hay unos que son problemas porque hay un contexto involucrado, donde hay que obligar al planteamiento de una ecuación, a la deducción o construcción de una ecuación y pues todo eso ayuda a que los conceptos vayan quedando más claros, tiene su momento y si en una de esas el estudiante observa que lo que está estudiando tiene una aplicación, permite resolver un problema de otras ciencias, de otras disciplinas, magnifico, pero pues no pasa de ahí. Es decir, aseveran es importante pero no es lo más importante, es una de las cosas que hay que hacer que se puede implementar y no con todos los temas, en el caso de la licenciatura en matemáticas.

Fuente: Autores

### Conclusión

Las concepciones que tienen los profesores sobre la RP tanto en la enseñanza del Cálculo diferencial como integral, están ligadas desde el aspecto

teórico a la forma de organizar la enseñanza de un concepto o entidad matemática, es decir, que para ellos la RP es parte fundamental de la transposición didáctica, pero que a la hora de enseñar, este proceso está asociado a las aplicaciones que pueda tener el objeto matemático.



Las prácticas matemáticas que ejerce el profesor universitario sitúan la RP como un proceso que es inherente a la enseñanza y al aprendizaje, que viene después de haber visto una teoría, un teorema, una demostración, enunciado, axioma o postulado; pero no constituye el punto de partida de una enseñanza problémica de la cual emerge un concepto matemático concreto, asociado a estructuras matemáticas con sentido y significado en contextos de aprendizaje situados.

Las concepciones de los profesores universitarios sobre las matemáticas, las prácticas educativas y la misma resolución de problemas, están ligadas a su formación y experiencia profesional, más que a un proceso consciente de la necesidad de cambiar las formas de considerar las trayectorias que sigue un aprendiz a la hora de acercarse a un objeto matemático del conocimiento; no obstante, las evidencias obtenidas a partir del estudio etnográfico permiten inferir que el docente universitario concibe la matemática como una articulación entre el aprendizaje, el saber y la enseñanza; triada en la cual asume otra concepción sobre la RP como agente de motivación para el aprendizaje.

#### Referencias bibliográficas

Aldana, E. y González, M. T. (2016). La función valor absoluto y el desarrollo del esquema de la integral definida. Artículo de investigación *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 11(1). 8-17.

Barrantes Campos, H. (2008). *¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 3(4), 83-98. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6902/6588>

Bedoya Echavarría, M. M. y Ospina Sánchez, S. A. (2014). *Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza aprendizaje*. Tesis de maestría. Universidad de Medellín, Medellín - Antioquia, Colombia. Recuperado de <http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/300/Concepciones%20que%20poseen%20los%20profesores%20de%20matem%C3%A1tica%20sobre%20la%20resoluci%C3%B3n%20de%20proble>

[mas%20y%20c%C3%B3mo%20afectan%20los%20m%C3%A9todos%20de%20ense%C3%B1anza%20y%20aprendizaje.pdf?sequence=1](https://doi.org/10.15446/logos.v10n1.1407300)

Benítez Chará, W. (2013). Concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje de docentes en formación. *Revista Científica*, 0, 176 - 180.

Benítez Mojica, D. y Londoño Millán, N. (2009) *Situaciones Problemáticas en Contexto en el Aprendizaje del Cálculo*. El Cálculo y su Enseñanza., México D.F: Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional

Bisquerra, R. et al. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Barcelona: Editorial La Muralla, 2da edición.

Blanco, L.J. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon* 25. 49-60.

Contreras, L y Carrillo, J. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación Matemática*, 17(3), 79-92.

Cortés, J, y Sanabria, F. (2012) *Concepciones y Creencias de Profesores de Matemáticas sobre Resolución de Problemas: un estudio de casos*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia

*Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Flores, P. (1998). Libro *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Universidad de Granada, departamento de didáctica de la matemática, España.

García, Luis, Azcárate, Carmen, y Moreno, Mar. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 85-116. Recuperado en 16 de abril de 2017, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_artext&pid=S1665-24362006000100005&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_artext&pid=S1665-24362006000100005&lng=es&tlng=es)

Gil Cuadra, F y Rico Romero L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (1), 27-47.

Godino, J., Batanero, C., Rivas, H., y Arteaga, P. (2013). *Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas*. Madrid: Trillas.

Llinares, S. (1991). *La Formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.

López, E. M., y Contreras, L. C. (2014). Análisis de los problemas matemáticos de un libro de texto de 3º ESO en relación con los contenidos de geometría plana. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática 18*(). 425-434.

Martínez Lozano, J., & Vergel Ortega, M., & Zafra Trisancho, S. (2015). Validez de instrumento para medir la calidad de vida en la juventud: vihda. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7 (1), 17-26.

Moreno, M. y Azcárate Giménez, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las educaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (2), 265-280.

Murillo, J y Martínez, C (2010). *Investigación etnográfica, métodos de investigación educativa*. México:Printed

Pajares M. F. (1992). Teacher's beliefs and educational research: cleaning unnp a messy construct. *Review of Educational Research*, 62 (3), 307-332.

Pino, J. (2012). *Concepciones y prácticas de los estudiantes de pedagogía media en matemáticas con respecto a la resolución de problemas y, diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas*. (Tesis Doctoral no publicada), Badajoz: Universidad de Extremadura.

Pólya, G. (1954). *How to solve it*, Princeton: Princeton University Press.

Ponte J. P. (1994). Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. En L. Bazzini (ed.), *Theory and practice in mathematics education. Proceedings of the Fifth internacional conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Grado, Italia.

Porlán, R. (1992). *Teoría y práctica del curriculum. El curriculum en la acción*. En AA.VV, *Curso de actualización científico-didáctica*. Madrid: MEC.