

Modelo matemático para minimizar el número de láminas estándar y residuos metálicos durante el proceso de corte en el sector metalmeccánico*

Mathematical model to minimize the number of standard sheets and metal residues during the cutting process in the metalworking sector

Modelo matemático para minimizar o número de folhas padrão e resíduos de metal durante o processo de corte no sector metalúrgico

Gloria E. Portilla W.**

Pontificia Universidad Javeriana - Cali, Colombia

Resumen

En esta propuesta para el desarrollo profesional de los profesores a partir de una revisión a estudios concernientes al carácter social de aprender, junto con el desarrollo histórico- epistemológico de conceptos, se indaga la relación entre las progresiones geométricas y aritméticas y, se realiza una invitación de aprendizaje dirigida a los

profesores de Precálculo. Ella lleva entrelazado un ambiente de laboratorio, haciendo uso de sensores y apps, en el análisis de los casos de la escala logarítmica musical y del pH. Se usa la metodología de análisis de contenido con el fin de esbozar caminos concernientes a ¿De qué maneras, los profesores universitarios de Precálculo, pueden acercarse a la comprensión y caracterización de las funciones logarítmicas?

Palabras clave: sensores, apps, escala logarítmica, profesor, social, formación.

Abstract

In this proposal for teacher's professional development from a revision of some studies regarding the social character of learning, along with development of historic –epistemological concepts, it is explored the relation between

Fecha de recepción del artículo: 07 de Agosto de 2017
Fecha de aceptación del artículo: 21 de Diciembre de 2017
Fecha de Publicación del artículo: 01 de Enero de 2018
DOI: <http://dx.doi.org/10.22335/rict.v10i1.440>

El artículo es resultado de investigación: Modelo matemático para minimizar el número de láminas estándar y residuos metálicos durante el proceso de corte en el sector metalmeccánico.

** Ingeniera Química, Universidad del Valle, Colombia. Magister en Educación, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colombia. Docente de planta, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana Cali. Correo electrónico: gportillaw@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3243-7659>

geometrical and arithmetical progressions and it is extended an invitation of learning addressed to Precalculus teachers. This one has intertwined a laboratory environment, making use of sensors and apps, in the analysis of logarithmic musical scale cases and in the pH. It is used the content analysis methodology with the purpose of sketching some ways with regarding to the question: In which ways the Precalculus university teachers are able to approach to the comprehension and characterization of the logarithmic functions?

Key Words: sensors, apps, logarithmic scale, teacher, social, formation

Resumo

Na presente proposta para o desenvolvimento profissional de professores a partir de uma revisão a estudos concernentes ao caráter social de aprendizagem, junto com o desenvolvimento histórico-epistemológico de conceitos, se indaga a relação entre as progressões geométricas e aritméticas e se realiza uma compra de aprendizagem dirigida aos professores de Precálculo. Ela leva entrelazado um ambiente de laboratório, fazendo uso de sensores e aplicações, em análise dos casos da escala logarítmica musical e do pH. Se usa a metodologia de análise de conteúdo com o final de esbozar caminhos concernentes a ¿De quais maneiras, os professores universitários de Precálculo, podem aproximar a compreensão e caracterização das funções logarítmicas?

Palavras-chave: sensores, apps, escala logarítmica, professor, social, formação.

Introducción

La utilización de modelos matemáticos en empresas dedicadas a la fabricación de productos metálicos para el hogar, permite, entre múltiples aplicaciones, optimizar el consumo de materia prima (Cueli, et. al., 2016), lo que a su vez se traduce en la minimización de residuos, llevando a las empresas a mejorar sus beneficios económicos y a reducir los impactos ambientales negativos en su entorno (Donini & Micheletto, 2015). Este modelo se centra en minimizar el número de láminas

estándar utilizadas en el proceso de corte para una demanda determinada de uno de los productos.

Para aplicar los modelos matemáticos de programación lineal se seleccionó una de las empresas del sector metalmeccánico del municipio de Palmira, ubicado al sur del departamento del Valle del Cauca, Colombia, y que según proyección del Departamento Nacional de Estadística cuenta con una población cercana a los 302.000 habitantes. En este municipio, la industria metalmeccánica es la segunda gran generadora de empleo.

La empresa seleccionada se denominará “empresa piloto”. Esta empresa fabrica armarios, gabinetes y alacenas metálicas dirigidos a mercados de estratos medio y bajo. Los productos se distribuyen en municipios colombianos de los departamentos del Valle del Cauca, Quindío, Risaralda, Cauca y Nariño.

De los diversos productos fabricados por la empresa se eligió un tipo de armario metálico que registra la mayor demanda general. Este producto utiliza para su fabricación una clase de lámina de acero estándar, a partir de la cual se realizan los diferentes cortes de las nueve piezas que lo integran y que posteriormente se unen para darle el acabado final y lograr el producto terminado.

Metodología

Inicialmente se contactó a la “empresa piloto” y se indagó sobre el proceso de fabricación de sus productos. Dada la variedad de sus productos, se concertó realizar el estudio sobre un modelo de armario de gran aceptación y amplia demanda (Hernández y Rojas, 2016). El proceso de fabricación de este armario tiene como materia prima principal láminas de acero que el mercado ofrece en un tamaño estándar de 1250 mm x 2450 mm. Los operarios de turno, tomando como criterio su experiencia, programaban los cortes a realizar en cada lámina para obtener las distintas piezas que conforman el armario. Este criterio subjetivo no garantiza eficiencia, es decir que se utilicen menos recursos para lograr el objetivo (García, Rizo, y Arroyo, 2016; (García, Rizo, y Arroyo, 2013), y, es por ello que se seleccionó esta etapa del proceso general para aplicar la modelación matemática que minimice el número de láminas requeridas para la producción de los armarios.

El proceso general de fabricación del producto está integrado por siete pasos: Recepción y almacenamiento de láminas metálicas estándar, Corte de lámina y generación de residuos de lámina, Doblado de partes, Soldadura, Acabado, Almacenamiento y Despacho. La figura 1, muestra el diagrama general para la fabricación de un armario.

El diseño del modelo matemático corresponde a la sección de corte de lámina y generación de residuos de lámina. El modelo matemático tiene como objetivo minimizar el número de láminas necesarias para fabricar los armarios demandados por semana, lo que lógicamente traerá beneficios económicos para la empresa ya que este proceso se repite varias veces por día, además de producir menor cantidad de residuos metálicos, beneficiando al medio ambiente y contribuyendo con el compromiso de responsabilidad ambiental de la empresa.



Figura 1. Flujo del proceso para manufactura de armarios metálicos. Fuente: Autora

Una vez seleccionado el armario a estudiar, que en adelante se denominará producto, se identificaron y cuantificaron las dimensiones y área de cada una de las nueve piezas que integran este producto para conformar los moldes base de cada pieza. Estos moldes se superponen en la lámina metálica

estándar, para diseñar las diferentes combinaciones factibles que permitan extraer el mayor número de piezas por lámina. Cabe aclarar que aunque la empresa dispone de algunos moldes estándar, se observó que no son dispuestos adecuadamente en el área total de la lámina, produciendo sobrantes que, en algunos casos, si se dispusieran de manera diferente, podrían utilizarse para el corte de piezas menores o para lograr mayor número de piezas.

El producto seleccionado contiene nueve piezas de diferentes dimensiones. El esquema general y la distribución y número de piezas se muestran en la Figura 2 y en la tabla 1.

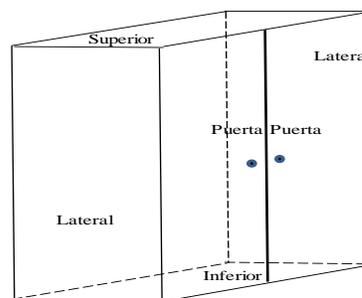


Figura 2. Esquema general de las partes del producto. Fuente: Autora

Tabla 1. Piezas requeridas por unidad de producto

Pieza	Cantidad	Ubicación
P1	1	Parte superior
P2	1	Parte inferior
P3	4	Laterales (2) y divisiones internas (2)
P4	1	Parte trasera
P5	2	Puertas

Fuente: Autora

Combinando los moldes de cada pieza y el tamaño de la lámina estándar, se encontraron 51 posibilidades diferentes de plantillas de corte (Xi, i = 1,..., 51), que se describen en la tabla 2. El valor de Xi es un número entero, no negativo, que le indicará al operario el número de láminas estándar que deben cortarse para obtener el número de piezas

(P) asociadas a esa plantilla, de acuerdo a las especificaciones de la tabla 1.

Como ejemplo aclaratorio, la plantilla denominada $X_{11} = 2P_1 + P_4$, indica que, por cada lámina asignada a este patrón de corte, se obtienen dos piezas de la parte superior (P1) y una pieza de parte trasera (P4); de igual manera la plantilla identificada como $X_{27} = P_1 + P_3 + 2P_5$, entrega una pieza para la parte superior (P1), una pieza lateral o división interna (P3) y dos piezas para puerta (P5), por cada lámina estándar cortada bajo este esquema de plantilla.

Tabla 2. Tipos de patrones o plantillas de cortes posibles en lámina estándar

$X_1 = 4P_1$	$X_{18} = P_1 + P_4$	$X_{35} = 2P_2 + P_3 + P_5$
$X_2 = 4P_2$	$X_{19} = P_1 + 3P_5$	$X_{36} = P_2 + 3P_3$
$X_3 = 4P_3$	$X_{20} = P_1 + 2P_2 + P_3$	$X_{37} = P_2 + 3P_5$
$X_4 = 2P_4$	$X_{21} = P_1 + 2P_2 + P_5$	$X_{38} = P_2 + P_4$
$X_5 = 4P_5$	$X_{22} = P_1 + P_2 + 2P_3$	$X_{39} = P_2 + 2P_3 + P_5$
$X_6 = 3P_1 + P_2$	$X_{23} = P_1 + P_2 + 2P_5$	$X_{40} = P_2 + P_3 + 2P_5$
$X_7 = 3P_1 + P_3$	$X_{24} = P_1 + P_2 + P_4$	$X_{41} = P_2 + P_3 + P_4$
$X_8 = 3P_1 + P_5$	$X_{25} = P_1 + 2P_3 + P_5$	$X_{42} = P_2 + P_4 + P_5$
$X_9 = 2P_1 + 2P_2$	$X_{26} = P_1 + P_3 + P_4$	$X_{43} = P_2 + P_3 + P_5$
$X_{10} = 2P_1 + 2P_3$	$X_{27} = P_1 + P_3 + 2P_5$	$X_{44} = 3P_3 + P_5$
$X_{11} = 2P_1 + P_4$	$X_{28} = P_1 + P_4 + P_5$	$X_{45} = 2P_3 + P_4$
$X_{12} = 2P_1 + 2P_5$	$X_{29} = P_1 + P_2 + P_3 + P_5$	$X_{46} = 2P_3 + 2P_5$
$X_{13} = 2P_1 + P_2 + P_3$	$X_{30} = 3P_2 + P_3$	$X_{47} = P_3 + P_4$
$X_{14} = 2P_1 + P_2 + P_5$	$X_{31} = 3P_2 + P_5$	$X_{48} = P_3 + 3P_5$
$X_{15} = 2P_1 + P_3 + P_5$	$X_{32} = 2P_2 + 2P_3$	$X_{49} = P_3 + P_4 + P_5$
$X_{16} = P_1 + 3P_2$	$X_{33} = 2P_2 + 2P_5$	$X_{50} = P_4 + 2P_5$
$X_{17} = P_1 + 3P_3$	$X_{34} = 2P_2 + P_4$	$X_{51} = P_4 + P_5$

Fuente: Autora

Modelo matemático. Un modelo matemático es una representación matemática de la realidad que

puede utilizarse para tomar mejores decisiones o para comprender una situación compleja. El modelo matemático de programación lineal permite encontrar la mejor forma de asignar recursos, generalmente, escasos a diversas actividades que compiten por ellos.

Resultados

Para el caso que se presenta se utilizó la teoría de modelos matemáticos lineales con soluciones enteras. El modelo de programación lineal incluye tres componentes: Variables de decisión, Función objetivo y Conjunto de restricciones:

Variables de Decisión. D: Número de armarios a producir por semana (demanda)

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_{51}$: Corresponden a las 51 plantillas o patrones de corte por lámina estándar que le indicarán al operario la forma óptima de efectuar los cortes para obtener las piezas necesarias para satisfacer la demanda semanal del producto, utilizando la menor cantidad de ellas. El valor o resultado de cada variable debe ser un número entero por cada tipo de combinación, siendo cero su mínimo valor. Si el valor resultante es cero, indica que este patrón de corte no debe utilizarse.

Función Objetivo: Minimizar el número de láminas de acero estándar necesarias para satisfacer la demanda semanal del producto.

Conjunto de restricciones o limitantes: Obtener, a partir de los patrones de corte por lámina (X_1, \dots, X_{51}), al menos, el número total de piezas necesarias para fabricar el número de unidades de producto demandado por semana.

Formulación del modelo matemático de programación lineal. Utilizando el complemento Solver de Microsoft Excel, bajo el método Simplex para obtener su solución. Solver es un programa de complemento de Microsoft Office Excel que está disponible cuando se instala Microsoft Office.

Función Objetivo: El objetivo es minimizar el número total de láminas estándar utilizadas para satisfacer la demanda semanal del producto. Su



expresión matemática corresponde a la sumatoria del número de láminas destinadas a ser cortadas de acuerdo a cada uno de los 51 patrones establecidos.

$$\min Z = \sum_{i=0}^{51} X_i \quad (1)$$

Conjunto de restricciones o limitantes: Las restricciones son expresiones matemáticas formuladas para garantizar que se cuente con el número total de cada una de las nueve piezas necesarias para fabricar el producto, según una demanda dada (D). La formulación es la siguiente:

Patrones de cortes a partir de los cuales se obtiene la Pieza 1 (parte superior):

$$4X_1 + 3X_6 + 3X_7 + 3X_8 + 2X_9 + 2X_{10} + 2X_{11} + 2X_{12} + 2X_{13} + 2X_{14} + 2X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} \geq D \quad (2)$$

Patrones de cortes a partir de los cuales se obtiene la Pieza 2 (parte inferior):

$$4X_2 + X_6 + 2X_9 + X_{13} + X_{14} + 3X_{16} + 2X_{20} + 2X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{29} + 3X_{30} + 3X_{31} + 2X_{32} + 2X_{33} + 2X_{34} + 2X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} \geq D \quad (3)$$

Patrones de cortes a partir de los cuales se obtiene la Pieza 3 (laterales):

$$4X_3 + X_7 + 2X_{10} + X_{13} + X_{15} + 3X_{17} + X_{20} + 2X_{22} + 2X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{29} + X_{30} + 2X_{32} + X_{35} + 3X_{36} + 2X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{43} + 3X_{44} + 2X_{45} + 2X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} \geq 4D \quad (4)$$

Patrones de cortes a partir de los cuales se obtiene la Pieza 4 (parte trasera):

$$2X_4 + X_{11} + X_{18} + X_{24} + X_{26} + X_{28} + X_{34} + X_{38} + X_{41} + X_{42} + X_{45} + X_{47} + X_{49} + X_{50} + X_{51} \geq D \quad (5)$$

Patrones de cortes a partir de los cuales se obtiene la Pieza 5 (puertas):

$$4X_5 + X_8 + 2X_{12} + X_{14} + X_{15} + 3X_{19} + X_{21} + 2X_{23} + X_{25} + 2X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{31} + 2X_{33} + X_{35} + 3X_{37} + X_{39} + 2X_{40} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + 2X_{46} + 3X_{48} + X_{49} + 2X_{50} + X_{51} \geq 2D \quad (6)$$

$$X_i, D \geq 0 \quad \wedge \quad X_i, D: \text{entero} \quad (7)$$

Una vez diligenciado este formato, se utiliza el complemento Solver de Excel para ingresar la posición de la celdas que contienen la demanda semanal de producto (F1), las ecuaciones de la función objetivo (E60), conjunto de restricciones

(B58 a F58) y tipo de variables de decisión (H5 a H55). Además debe especificarse que el método de resolución es Simplex y que el objetivo es minimizar. El resultado del modelo de optimización se registrará en las celdas H5 a H55 y B58 a F58. La figura 4 presenta el caso para la demanda de 50 unidades de producto por semana.

En el formato Excel, en la fila 58 desde la columna B hasta la columna F, se han incorporado las ecuaciones correspondientes a las restricciones del modelo de programación lineal (ecuaciones 2 a 6), que garantizan la obtención del número óptimo de cada tipo de pieza que requiere la producción semanal. Este valor será igual o mayor que el respectivo valor registrado en la fila 57.

En la columna H, desde la fila 5 hasta la 55, se calcula y muestra el número óptimo de láminas estándar destinadas a ser cortadas de acuerdo a cada tipo de plantilla o patrón. De igual manera, en la fila 60, columna E, se presenta la función objetivo (ecuación 1), que cuantifica el número mínimo de láminas estándar requeridas para cumplir con la demanda semanal del producto y que corresponde a la sumatoria de los valores calculados en la columna H, desde la fila 5 hasta la 55.

Para la solución del modelo matemático de programación lineal entera, se ejecutaron simulaciones para demandas de 50, 100, 150 y 200 unidades de producto semanal. A continuación, las figuras 5, 6, presentan los formatos diligenciados y los resultados obtenidos para cada simulación.

Tabla 3. Formato para ingreso de datos y obtención de resultados

Tipo de plantilla de corte	Pieza 1 Superior	Pieza 2 Inferior	Pieza 3 Laterales y divisiones	Pieza 4 Trasera	Pieza 5 Puertas	Valor de las Variables de Decisión
X1	4					0
X2		4				0
X3			4			0
X4				2		75
X5					4	0
X6	3	1				0
X7	3		1			0
X8	3				1	0
X9	2	2				0
X10	2		2			0
X11	2			1		0
X12	2				2	0
X13	2	1	1			0
X14	2	1			1	0
X15	2		1		1	0
X16	1	3				0
X17	1		3			150
X18	1			1		0
X19	1				3	0
X20	1	2	1			0
X21	1	2			1	0
X22	1	1	2			0
X23	1	1			2	0
X24	1	1		1		0
X25	1		2		1	0
X26	1		1	1		0
X27	1		1		2	0
X28	1			1	1	0
X29	1	1	1		1	0
X30		3	1			50
X31		3			1	0
X32		2	2			0
X33		2			2	0
X34		2		1		0
X35		2	1		1	0
X36		1	3			0
X37		1			3	0
X38		1		1		0
X39		1	2		1	0

Valor de la función objetivo:

375

Mínimo número de láminas estándar

Fuente: Autora

The image shows an Excel spreadsheet with a Solver dialog box. The spreadsheet has columns A through P and rows 1 through 60. Row 1 is labeled 'DEMANDA SEMANAL DEL PRODUCTO' with a value of 50 in cell F1. Rows 34-56 list decision variables X30 through X51 with their respective values in columns B, C, D, E, and F. Row 57 is labeled 'Piezas Requeridas' with values 50, 50, 200, 50, and 100 in columns B-F. Row 58 is labeled 'Restricciones' with values 0, 0, 0, 0, and 0 in columns B-F. Row 59 is labeled 'VALOR DE LA FUNCIÓN OBJETIVO:' with a value of 0 in cell F59. The Solver dialog box is open, showing the objective cell \$E\$60, variable cells \$H\$5:\$H\$55, and constraints \$B\$50:\$F\$50 >= \$B\$57:\$F\$57 and \$H\$5:\$H\$55 = integer. The resolution method is set to Simplex LP.

Figura 4. Ejemplo de utilización del complemento Solver (Excel) Fuente: Autora

DEMANDA SEMANAL DEL PRODUCTO						50
Tipo de plantilla de corte	Pieza 1	Pieza 2	Pieza 3	Pieza 4	Pieza 5	Valor de las Variables de Decisión
	Superior	Inferior	Laterales y divisiones	Trasera	Puertas	
X1	4					0
X2		4				0
X3			4			0
X4				2		25
X5					4	0
X6	3	1				2
X7	3		1			0
X8	3				1	0
X9	2	2				0
X10	2		2			0
X11	2			1		0
X12	2				2	0
X13	2	1	1			0
X14	2	1			1	0
X15	2		1		1	0
X16	1	3				0
X17	1		3			44
X18	1			1		0
X19	1				3	0
X20	1	2	1			0
X21	1	2			1	0
X22	1	1	2			0
X23	1	1			2	0
X24	1	1		1		0
X25	1		2		1	0
X26	1		1	1		0
X27	1		1		2	0
X28	1			1	1	0
X29	1	1	1		1	0
X30		3	1			16
X31		3			1	0
X32		2	2			0
X33		2			2	0
X34		2		1		0
X35		2	1		1	0
X36		1	3			0
X37		1			3	0
X38		1		1		0
X39		1	2		1	0
X40		1	1		2	0
X41		1	1	1		0
X42		1		1	1	0
X43		1	1		1	0
X44			3		1	7
X45			2	1		0
X46			2		2	0
X47			1	1		0
X48			1		3	31
X49			1	1	1	0
X50				1	2	0
X51				1	1	0
	≥	≥	≥	≥	≥	
Piezas Requeridas	50	50	200	50	100	
Restricciones	50	50	200	50	100	

Piezas totales de cada tipo generadas por el modelo

VALOR DE LA FUNCIÓN OBJETIVO: 125

Mínimo número de láminas estándar

DEMANDA SEMANAL DEL PRODUCTO						100
Tipo de plantilla de corte	Pieza 1	Pieza 2	Pieza 3	Pieza 4	Pieza 5	Valor de las Variables de Decisión
	Superior	Inferior	Laterales y divisiones	Trasera	Puertas	
X1	4					0
X2		4				0
X3			4			0
X4				2		0
X5					4	0
X6	3	1				0
X7	3		1			0
X8	3				1	0
X9	2	2				0
X10	2		2			0
X11	2			1		0
X12	2				2	0
X13	2	1	1			0
X14	2	1			1	0
X15	2		1		1	0
X16	1	3				0
X17	1		3			0
X18	1			1		0
X19	1				3	0
X20	1	2	1			0
X21	1	2			1	1
X22	1	1	2			0
X23	1	1			2	0
X24	1	1		1		0
X25	1		2		1	0
X26	1		1	1		0
X27	1		1		2	0
X28	1			1	1	2
X29	1	1	1		1	97
X30		3	1			0
X31		3			1	0
X32		2	2			0
X33		2			2	0
X34		2		1		0
X35		2	1		1	0
X36		1	3			0
X37		1			3	0
X38		1		1		0
X39		1	2		1	0
X40		1	1		2	0
X41		1	1	1		0
X42		1		1	1	1
X43		1	1		1	0
X44			3		1	28
X45			2	1		97
X46			2		2	1
X47			1	1		0
X48			1		3	23
X49			1	1	1	0
X50				1	2	0
X51				1	1	0
	≥	≥	≥	≥	≥	
Piezas Requeridas	100	100	400	100	200	
Restricciones	100	100	400	100	200	

Piezas totales de cada tipo generadas por el modelo

VALOR DE LA FUNCIÓN OBJETIVO: 250

Mínimo número de láminas estándar

Figura 5. Simulación 1 (D=50): Ingreso de datos y solución. Simulación 2 (D=100): Fuente: Autora

DEMANDA SEMANAL DEL PRODUCTO						150
Tipo de plantilla de corte	Pieza 1	Pieza 2	Pieza 3	Pieza 4	Pieza 5	Valor de las Variables de Decisión
	Superior	Inferior	Laterales y divisiones	Trasera	Puertas	
X1	4					0
X2		4				0
X3			4			0
X4				2		75
X5					4	0
X6	3	1				0
X7	3		1			0
X8	3				1	0
X9	2	2				0
X10	2		2			0
X11	2			1		0
X12	2				2	0
X13	2	1	1			0
X14	2	1			1	0
X15	2	1	1		1	0
X16	1	3				0
X17	1		3			150
X18	1			1		0
X19	1				3	0
X20	1	2	1			0
X21	1	2			1	0
X22	1	1	2			0
X23	1	1			2	0
X24	1	1		1		0
X25	1		2		1	0
X26	1		1	1		0
X27	1		1		2	0
X28	1			1	1	0
X29	1	1	1		1	0
X30		3	1			50
X31		3			1	0
X32		2	2			0
X33		2			2	0
X34		2		1		0
X35		2	1		1	0
X36		1	3			0
X37		1			3	0
X38		1				0
X39		1	2		1	0
X40		1	1		2	0
X41		1	1	1		0
X42		1		1	1	0
X43		1	1		1	0
X44			3		1	0
X45			2	1		0
X46			2		2	0
X47			1	1		0
X48			1		3	100
X49			1	1	1	0
X50				1	2	0
X51				1	1	0
	≥	≥	≥	≥	≥	
Piezas Requeridas	150	150	600	150	300	
Restricciones	150	150	600	150	300	Piezas totales de cada tipo generadas por el modelo
VALOR DE LA FUNCIÓN OBJETIVO:						375
						Mínimo número de láminas estándar

DEMANDA SEMANAL DEL PRODUCTO						200
Tipo de plantilla de corte	Pieza 1	Pieza 2	Pieza 3	Pieza 4	Pieza 5	Valor de las Variables de Decisión
	Superior	Inferior	Laterales y divisiones	Trasera	Puertas	
X1	4					0
X2		4				0
X3			4			0
X4				2		100
X5					4	0
X6	3	1				2
X7	3		1			0
X8	3				1	0
X9	2	2				0
X10	2		2			0
X11	2			1		0
X12	2				2	0
X13	2	1	1			0
X14	2	1			1	0
X15	2		1		1	0
X16	1	3				0
X17	1		3			194
X18	1			1		0
X19	1				3	0
X20	1	2	1			0
X21	1	2			1	0
X22	1	1	2			0
X23	1	1			2	0
X24	1	1		1		0
X25	1		2		1	0
X26	1		1	1		0
X27	1		1		2	0
X28	1			1	1	0
X29	1	1	1		1	0
X30		3	1			66
X31		3			1	0
X32		2	2			0
X33		2			2	0
X34		2		1		0
X35		2	1		1	0
X36		1	3			0
X37		1			3	0
X38		1				0
X39		1	2		1	0
X40		1	1		2	0
X41		1	1	1		0
X42		1		1	1	0
X43		1	1		1	0
X44			3		1	7
X45			2	1		0
X46			2		2	0
X47			1	1		0
X48			1		3	131
X49			1	1	1	0
X50				1	2	0
X51				1	1	0
	≥	≥	≥	≥	≥	
Piezas Requeridas	200	200	800	200	400	
Restricciones	200	200	800	200	400	Piezas totales de cada tipo generadas por el modelo
VALOR DE LA FUNCIÓN OBJETIVO:						500
						Mínimo número de láminas estándar

Figura 6. Simulación 3 (D=150): Ingreso de datos y solución. Simulación 4 (D=200): Ingreso de datos y solución. Fuente: Autora



Resultados

Los resultados de la simulación se muestran en la tabla 4 e incluyen el número óptimo de láminas estándar a cortar según cada esquema de plantilla ($X_i, i=1, \dots, 51$).

Tabla 4. Número óptimo de láminas (X_i) a cortar según patrón para la producción semanal de D unidades de producto

D = 50		D = 100	
Tipo de plantilla de corte	Número de láminas a cortar según plantilla	Tipo de plantilla de corte	Número de láminas a cortar según plantilla
X4	25	X21	1
X6	2	X28	2
X17	44	X29	97
X30	16	X42	1
X44	7	X44	28
X48	31	X45	97
		X46	1
		X48	23
Total	125	Total	250

D = 150		D = 200	
Tipo de plantilla de corte	Número de láminas a cortar según plantilla	Tipo de plantilla de corte	Número de láminas a cortar según plantilla
X4	75	X4	100
X17	150	X6	2
X30	50	X17	194
X48	100	X30	66
		X44	7
		X48	131
Total	375	Total	500

Fuente: Autora

El número total de cada una de las piezas ($P_j, j=1, \dots, 5$) que se obtienen a partir del número de láminas estándar cortadas (tabla 5), según el patrón para satisfacer cada tipo de demanda simulada.

Tabla 5. Número de piezas (P_j) obtenidas a partir del número óptimo de láminas (X_i)

D = 50	Número de láminas a cortar según patrón	Piezas totales obtenidas a partir del patrón de corte				
		Patrón de corte	Pieza 1 Superior	Pieza 2 Inferior	Pieza 3 Laterales y divisiones	Pieza 4 Trasera
25	X4	0	0	0	50	0
2	X6	6	2	0	0	0
44	X17	44	0	132	0	0
16	X30	0	48	16	0	0
7	X44	0	0	21	0	7
31	X48	0	0	31	0	93
125	Total	50	50	200	50	100

D = 100						
	Patrón de corte	Pieza 1 Superior	Pieza 2 Inferior	Pieza 3 Laterales y divisiones	Pieza 4 Trasera	Pieza 5 Puertas
1	X21	1	2	0	0	1
2	X28	2	0	0	2	2
97	X29	97	97	97	0	97
1	X42	0	1	0	1	1
28	X44	0	0	84	0	28
97	X45	0	0	194	97	0
1	X46	0	0	2	0	2
23	X48	0	0	23	0	69
250	Total	100	100	400	100	200

D = 150						
	Patrón de corte	Pieza 1 Superior	Pieza 2 Inferior	Pieza 3 Laterales y divisiones	Pieza 4 Trasera	Pieza 5 Puertas
75	X4	0	0	0	150	0
150	X17	150	0	450	0	0
50	X30	0	150	50	0	0
100	X48	0	0	100	0	300
375	Total	150	150	600	150	300

D = 200						
	Patrón de corte	Pieza 1 Superior	Pieza 2 Inferior	Pieza 3 Laterales y divisiones	Pieza 4 Trasera	Pieza 5 Puertas
100	X4	0	0	0	200	0
2	X6	6	2	0	0	0
194	X17	194	0	582	0	0
66	X30	0	198	66	0	0
7	X44	0	0	21	0	7
131	X48	0	0	131	0	393
500	Total	200	200	800	200	400

Fuente: Autora

Estos resultados indican que por cada 50 unidades de producto semanal se requieren 125 láminas estándar, pero en cada caso con número y tipo de patrón de corte diferente. El patrón de corte X48

que genera 1 pieza lateral 3 puertas se presentó en las cuatro simulaciones, lo cual sugiere que se trata de un corte eficiente.

A manera de explicación, en la ejecución para una demanda de 150 unidades semanales ($D = 150$), el resultado indica que son necesarias 375 láminas estándar, de las cuales 75 deberán cortarse según el patrón X4 para obtener 150 piezas para la parte trasera; 150 láminas estándar se someterán al corte especificado por la plantilla X17 para obtener 150 piezas de la parte superior y 450 piezas laterales o divisiones internas; 50 láminas se cortarán bajo el formato X30 para conseguir 150 piezas de la parte inferior y 50 piezas laterales o divisiones y finalmente debe aplicarse el formato de plantilla X48 a 100 láminas estándar para obtener 100 piezas laterales o divisiones y 300 puertas.

Totalizando estos resultados se cuenta con 150 piezas correspondientes a la parte superior del armario (una por armario), 150 piezas para la parte inferior (una por armario), 150 piezas para la parte trasera (una por armario), 600 piezas para laterales o divisiones internas (dos laterales y dos divisiones internas por armario) y 300 puertas (dos puertas por armario), garantizando los insumos necesarios para fabricar las 150 unidades de producto semanal.

Usualmente la empresa utilizaba, alrededor de 150 láminas para la producción semanal de 50 armarios o 3 láminas por unidad. La aplicación del modelo permitió reducir en 25 láminas semanales o 1300 láminas al año (52 semanas por año), equivalente a un reducción del 16,7%, logrando un ahorro considerable.

Es posible que para cierto valor de la demanda mensual se presenten soluciones alternas. Ello indicaría que existe más de una combinación de patrones de corte de láminas que genere el total de piezas necesarias para cubrir la demanda pero siempre con el mismo número total mínimo de láminas estándar a utilizar.

Conclusiones

Esta metodología de modelación matemática enfocada al corte de piezas o partes que integran un producto, a partir de láminas de tamaño estándar, puede extenderse a una variedad de

productos, para lo cual se requiere del análisis de componentes del producto, del diseño de patrones de corte y la demanda en cierta unidad de tiempo. Como resultado de la aplicación de estos modelos se minimiza tanto el número de láminas a utilizar como la cantidad de residuos metálicos y consecuentemente mejora el beneficio económico. El modelo aporta una solución eficiente, especialmente para aquellas micro, pequeñas y medianas empresas, que usualmente no disponen de tecnología de última generación para este tipo de procesos. Basta con disponer de Microsoft Office que incluye el complemento Excel y de la formulación del modelo de programación lineal correspondiente.

Referencias bibliográficas

Alzate, D., & Guerrero, C. (2013). Propuesta para la reducción de los impactos ambientales negativos generados por una empresa del sector metalmeccánico. Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia.

Cueli, M., González-Castro, P., Krawec, J., Núñez, J. C., & González-Pienda, J. A. (2016). Hipatia: A hypermedia learning environment in mathematics. [Hipatia: Un entorno de aprendizaje hipermedia en matemáticas] *Anales De Psicología*, 32(1), 98-105. doi:10.6018/analesps.32.1.185641

Donini, R., & Micheletto, N. (2015). Effects of lower and higher numeric values on elementary mathematical activities performance. [Efeitos de Valores Numéricos Menores e Maiores sobre o Desempenho em Atividades Matemáticas Elementares] *Temas Em Psicologia*, 23(1), 175-196. doi:10.9788/TP2015.1-12

García-García, M., Biencinto-López, C., Carpintero-Molina, E., Núñez-Del-Río, M. C., & Arteaga-Martínez, B. (2013). Mathematics performance and attitude towards mathematics in inclusive schools: A study in the region of madrid. *Revista De Investigacion Educativa*, 31(1), 117-132. doi:10.6018/rie.31.1.143221

García-Medina, A. M., Rizo, F. M., & Arroyo, G. C. (2016). Analysis of differential item functioning of math excale third secondary. [Análisis del funcionamiento diferencial de los ítems del excale

de matemáticas para tercero de secundaria] *Revista Mexicana De Investigación Educativa*, 21(71), 1191-1220.

Hanna M, F., Render B., Stair R. (2012). *Métodos cuantitativos para los negocios*. México: Editorial Pearson.

Hernández, M. M. V., & Rojas, E. M. (2016). Determinants of academic performance in mathematics in the context of a technological university: Application of structural equations model. [Factores que determinan el rendimiento académico en matemáticas en el contexto de una universidad tecnológica: Aplicación de un modelo de ecuaciones estructurales] *Universitas Psychologica*, 15(4), 1-11. doi:10.11144/Javeriana.upsy15-4.fdra

Hillier, F., Hillier M. (2008). *Métodos cuantitativos para administración*. México: Editorial McGraw-Hill Interamericana.

Microsoft Office. Cargar el complemento Solver. Recuperado el 15 de mayo de 2017 de <https://support.office.com/es-es/article/Cargar-el-complemento-Solver-612926fc-d53b-46b4-872c-e24772f078ca>

Niño, J. (2012). *Análisis de sistemas e investigación de operaciones*. Cali: Sello editorial Javeriano.