

Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores*

Mathematical modeling and GEOGEBRA in the development of competences in young researchers

Modelagem matemática e GeoGebra no desenvolvimento de habilidades em jovens investigadores

Jorge Angelmiro Pabón Gómez**
Zulmary Carolina Nieto Sánchez***
Carlos Alberto Gómez Colmenares****

Universidad Francisco de Paula Santander – Colombia
Universidad Pedagógica Experimental Libertador- Venezuela
General Electric Internacional - Colombia

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo analizar las competencias de jóvenes investigadores utilizando software Geogebra; permite conocer la experiencia compartida a partir de una investigación cualitativa, acción participante, en una muestra de 27 estudiantes del grado décimo

Fecha recibido: 12 de febrero de 2015

Fecha de aceptación: 10 de julio de 2015

DOI: <http://dx.doi.org/10.22335/rict.v7i1.257>

*Artículo resultado de objetivo del proyecto de investigación Grupo de Investigación Los Pitagóricos (Proyecto Enjambre – CUN)

** Licenciado en Matemáticas y Computación, Especialista en estadística, Maestrante en Educación matemática. Coordinador Colegio José María Córdoba-Durania, Docente cátedra Universidad Francisco de Paula Santander. Filiación: Docente cátedra Universidad Francisco de Paula Santander, Colombia. Contacto: jotappit@hotmail.com orcid.org/0000-0003-4900-5833

*** Licenciada en Matemáticas y Física, Doctora en Educación, Postdoctora en Educación Latinoamericana. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. zulmaryn@hotmail.com. orcid.org/0000-0001-6725-4601

**** Ingeniero Mecánico - Especialista en Estadística Aplicada, Universidad Francisco de Paula Santander. System 1 TeachLeader Latam Bently Nevada, General Electric International. Contacto: donroge@gmail.com. orcid.org/0000-0002-0922-2596

de la institución Educativa José María Córdoba, 7 de los cuales eran investigadores de la propuesta "Matemáticas Divertida" del grupo de investigación "Los Pitagóricos" inscritos en el en el segundo semestre de 2015 y primero de 2106 en proyecto Enjambre liderado por la CUN, el propósito fue mostrar la importancia de introducir al estudiante en el manejo del GEOGEBRA como herramienta facilitadora para el desarrollo de las competencias matemáticas ya que le permite visualizar y simular situaciones reales de manera dinámica e interactiva; y a su vez de la necesidad de su incorporación a los planes curriculares para la enseñanza de las matemáticas. Resultados: El referente de la propuesta investigativa fue la modelación de funciones por medio del cual el estudiante aprendió a representar matemáticamente los procesos a seguir para buscar soluciones a un problema de la vida real, además de adquirir la destreza de representar los resultados obtenidos para una posterior

interpretación y análisis de los resultados. Conclusión: El estudiante adquirió fortalezas y también se detectaron debilidades, mejoró la aptitud para enfrentar nuevas realidades educativas.

Palabras clave: metodología (tesauro), docentes, física electromagnética, enseñanza-aprendizaje, innovador, creatividad (T), enseñabilidad, discentes, prácticas pedagógicas

Abstract

The present article aims to analyze the competences of young researchers using Geogebra software; Allows to know the shared experience from a quasi-experimental research, in a sample of 27 students of the tenth grade of the educational institution José María Córdoba, 7 of whom were researchers of the proposal "Mathematics Divertida" of the research group "The Pythagoreans" Enrolled in the Swarm project led by the CUN, the purpose was to show the importance of introducing the student in the management of GEOGEBRA as a facilitating tool for the development of mathematical competences as it allows him to visualize and simulate real situations in a dynamic and interactive way; And in turn of the necessity of its incorporation to the curricular plans for the teaching of the mathematics. Results: The referent of the research proposal was the modeling of functions by means of which the student learned to represent mathematically the processes to follow in order to find solutions to a real life problem, besides acquiring the skill to represent the results obtained for A later interpretation and analysis of the results. Conclusion: The student acquired strengths and also detected weaknesses, improved the ability to face new educational realities.

Keywords: methodology (thesaurus), teachers, teaching and learning, innovation, creativity (T), teachability, learners, Enjambre, training unit.

Introducción

Incorporar nuevas tecnologías de la información y la comunicación TIC, es potenciar en el estudiante el desarrollo del pensamiento y las competencias

matemáticas, para que este se muestre competente a la hora de interactuar en la solución de problemas de su vida cotidiana, a la vez que se logra concebir estas herramientas como facilitadoras del trabajo de aula (Mendoza, et.al., 2014) y como instrumentos de aprendizaje que brindan la oportunidad para transformar el ambiente tradicional del sistema educativo, llevándolo a un espacio de interacción que conlleva al estudio comprensivo de las matemáticas y al desarrollo de las capacidades que le permiten adquirir un aprendizaje significativo.

Al centrar el interés en el estudio de la generación de funciones y la modelación de fenómenos que ocurren en su entorno (Acevedo, Flórez y Vergel, 2012), se busca mostrar al estudiante la gran cantidad de habilidades que el joven de hoy tiene y el papel tan importante que juegan las tecnologías digitales en el favorecimiento de las habilidades y procesos cognitivos.

Teniendo en cuenta estas ideas al permitir la promoción de la aplicación de estrategias innovadoras que faciliten el proceso de enseñanza de esta ciencia, se motivara al estudiante a realizar una actividad de exploración a través de la modelación de un fenómeno aplicado a las ciencias biológicas para que a través de la manipulación de las aplicaciones del software dinámico GEOGEBRA, adquiera la capacidad de representar modelos en los que visualice, interprete y comunique de una manera crítica y reflexiva los resultados obtenidos.

Con esta propuesta de trabajo el grupo de investigación asumió la responsabilidad de promover la implementación de estrategias metodológicas que le permitan al equipo de docentes de la Institución Educativa, el concientizarse desde ya, de la necesidad de innovar los planes de enseñanza centrados en el trabajo tradicional, para que sean agentes de cambio e innovación y que por consiguiente permitan a sus estudiantes ser constructores de su propio conocimiento y así logre una verdadera comprensión de los contenidos matemáticos.

Los modelos Matemáticos. Un modelo matemático es una descripción de un fenómeno del mundo

real, como el tamaño de la población, la demanda de un producto, la velocidad con que se mueve un objeto, la concentración de un producto en una reacción química, la expectativa de vida de una persona al nacer o el costo de la reducción de las emisiones de gases contaminantes (Nieto, Vergel, Martínez, 2015). La finalidad del modelo es comprender el fenómeno y, quizá, hacer predicciones acerca de su comportamiento futuro. Es necesario integrar en las prácticas del estudio de las matemáticas de las escuelas aquellas circunstancias que propiciaron (en términos epistemológicos) su aparición, para que su integración en la vida de los estudiantes sea funcional (Cordero, 2004). Desde este punto de vista la matemática debe ser para el estudiante una herramienta que le permita responder a las necesidades del contexto, a la vez que transforma con ella la realidad del mismo (Guarnizo, 2015; Torres, 2009).

En el proceso de modelado matemático. Dado un problema del mundo real, la primer tarea es formular un modelo matemático. Para esto se identifican y nombran las variables independientes y dependientes y se establecen hipótesis que simplifiquen el fenómeno lo suficiente para que pueda tratarse matemáticamente. Usando el conocimiento de la situación física y nuestras habilidades matemáticas para obtener ecuaciones que relacionen las variables. En las situaciones en que no existe una ley física que nos guíe, quizá necesitemos reunir datos (sea en una biblioteca, Internet o nuestros experimentos) y examinarlos en forma de una tabla, para distinguir los patrones. Es probable que nos convenga obtener una representación gráfica a partir de la representación numérica de una función, utilizando estos datos (Biembengut, y Hein, 2004). En algunos casos, la gráfica podría sugerir incluso u La segunda etapa es aplicar las matemáticas al modelo matemático formulado para llegar a conclusiones matemáticas. En la tercera etapa esas conclusiones matemáticas se interpretan como información acerca del fenómeno original del mundo real, de manera que se ofrezcan explicaciones o se hagan predicciones cualitativas (Meza, 2014; Torres, 2009) y cuantitativas (Canales, 2006). El paso final es probar nuestras predicciones comparándolas con nuevos datos reales. Si las predicciones no se

ajustan bien con la realidad se redefine el modelo o fórmula uno nuevo y se reinicia el ciclo en busca de una fórmula algebraica adecuada.

Metodología

La muestra la constituyen 27 estudiantes del grupo de investigación con edades comprendidas entre 7 y 15 años, 7 de los cuales son jóvenes investigadores del Semillero del Colegio José María Córdoba ubicado en Durania, Norte de Santander, siguiendo parámetros del proyecto Enjambre del Ministerio de educación Nacional de Colombia. La investigación se entra en el enfoque cualitativo, de investigación acción participante (Canales, 2006)

A estos estudiantes se les realiza una presentación en la cual, se les da a conocer los conceptos claves acerca de qué es la modelación y su importancia en la solución de problemas y trabajar inicialmente sin el uso del software GEOGEBRA, manejan elementos de aula, se espera que el estudiante ponga en juego los conceptos previos de tabulación y representación de información como concepciones previas. Posteriormente se presenta al grupo la explicación de las herramientas básicas del programa GEOGEBRA (Hoja de cálculo e iconos para el trazado de curvas) y se realiza un ejercicio sencillo que le permite el estudiante apropiarse del manejo del recurso tecnológico, para de esta manera promover una verdadera comprensión del contenido. Finalmente el estudiante deberá enfrentarse al manejo del software con el propósito de modelar una función e interpretar los resultados de la misma.

El mismo proceso se seguirá para la comprensión de funciones, en donde es propósito que el estudiante comprenda la importancia de la interpretación y traducción de los resultados.

Se formulan Situaciones problema como la siguiente: "Apreciados Pitagóricos a continuación encontraran una tabla que contiene el registro de la información de una experiencia de la vida real el objetivo es trabajar en grupos para que exploraren, conjeturaren, interpreten y comuniquen los resultados". "Científicos han observado que la cantidad de chirridos por minuto de los grillos de cierta especie, está relacionada

con la temperatura ambiente. La tabla muestra el número de chirridos por minuto para diferentes temperaturas T:

Tabla 1. Situación problema sugerida

TEMPERATURA (°F)	CHIRRIDO POR MINUTO
50	20
55	46
60	79
65	91
70	113
75	140
80	173
85	198
90	211

1. Dibuje un diagrama de dispersión de los datos.
2. Determine y grafique el modelo de regresión.
3. Use el modelo para estimar el número de chirridos a los 100°.

Resultados

Las aplicaciones informáticas como GEOGEBRA (Software interactivo y dinámico) permiten enfocar la atención de los procesos de modelación de un problema y la interpretación de las soluciones. Por ejemplo las posibilidades gráficas y la rapidez de cálculos permiten hacer análisis de resultados más completos de las experiencias comparando los distintos resultados.

Inicialmente los estudiantes del grupo de investigación desarrollan competencias comunicacionales, la situación les permite auto preguntarse, buscar ayuda en un compañero, luego en dos, hasta establecer pequeños grupos de trabajo, en los cuales intentan modelar la situación apoyada únicamente en el uso del papel milimetrado regla y lápiz. Para empezar trazan el plano de los ejes coordenados sobre el cual ubicarán los datos que mostraba la información de la tabla. La discusión formada por los estudiantes acerca de cómo definir la escala para la gráfica fue muy interesante ya que argumentaron que eran cantidades muy grandes para ser manejadas de "uno en uno". En este momento se dio la intervención del docente quien les recomienda

emplear una escala acorde a la información por ejemplo de "10 en 10" o "20 en 20", así sucesivamente.

Terminada la ubicación de los puntos, uno de los integrantes del grupo manifestó que el resultado de ubicación estaba mal, ya que las líneas daban "torcidas" y eso no se podía. Este episodio dejó ver que al grupo de estudiantes se les dificultaba la definición de la gráfica de la función que representaba los resultados. Lo anterior fomentó el diálogo y discusión entre grupos. Por sugerencia del docente se traza un esquema arbitrario de representación que le permitía familiarizarse con la realidad del problema. Finalizada la diagramación los estudiantes hicieron una descripción verbal de los resultados empleando el lenguaje natural ya que les fue imposible establecer o proponer una expresión (fórmula o ecuación) que le permitiera estimar ajustes a otros resultados.

El problema más relevante se presentó en el momento de dar respuesta a las preguntas planteadas en la propuesta porque no manejaban el lenguaje que allí se utilizaba para expresar la propuesta de investigación surgieron preguntas como: ¿Qué es un diagrama de dispersión?, ¿Por qué un modelo de regresión?, ¿Qué es estimar un resultado? La discusión emprendida por los integrantes del grupo mostraron su interés por comprender el tema que se estaba trabajando razón por el cual intervine para hacer aclaraciones y responder sus interrogantes.

Los estudiantes investigadores al trabajar en el software, seleccionan la opción hoja de cálculo. Una vez realizado esto relacionaron la apariencia del programa con la hoja de cálculo, lo cual facilita el proceso de introducción de datos. Posteriormente seleccionados los datos, se escoge la opción "Análisis de regresión"

Definido el diagrama de dispersión adecuado, los estudiantes continúan hasta trazar la gráfica. ¿Qué tipo de regresión es? Los estudiantes a pesar de no manejar el término de regresión con propiedad, empiezan a preguntar y argumentan que por el hecho de aumentar la temperatura aumentaba el número de chirridos por minuto en una proporción aproximadamente igual, la gráfica

daría como resultado una línea recta. ¿Qué problemas fueron los más relevantes?

La formulación de una regla general (ecuación que permitiera estimar los chirridos en diferentes momentos de temperatura. La interpretación de los resultados y la comunicación en un lenguaje matemático de los mismos. El trabajo en equipo para llegar a conclusiones finales. La apropiación del concepto de modelo matemático con conceptos técnicos o propios del área. De otra parte, los resultados en torno al rendimiento académico de los estudiantes tuvieron una mejora significativa logrando subir promedios en lenguaje y matemáticas de 3,5 a 4,4. Se presentaron otras situaciones a través de datos de investigaciones (Sarmiento y Martins, 2013)

Discusión

El propósito fundamental del proceso de la enseñanza, en los diferentes niveles, debe ser el de garantizar a sus estudiantes la apropiación de conocimientos y el desarrollo de competencias y habilidades matemáticas que favorezcan su interacción con el mundo real.

Al igual que Vergel, Martínez, Zafra (2015) realizar actividades lúdicas y de experimentación y el de incorporar tecnologías digitales a la enseñanza de la matemáticas, son una herramienta de mediación que facilita la modelación y comprobación de resultados del estudio de un problema y un promotor muy importante del desarrollo de las capacidades cognitivas del estudiante. Similar a Carreño (2012), la motivación en el aula depende de la relación entre el docente y sus estudiantes, y los canales de comunicación (estrategias) que el docente implemente para incentivarla.

El docente es el principal responsable del éxito de las actividades evaluativas y su incidencia en el desarrollo de las competencias. El rol del docente no necesariamente el de transmisor de conocimientos o facilitador del aprendizaje, sino el de mediador en el proceso de formación de sus estudiantes, siguiendo preceptos de Huertas, Esmeral y Sánchez (2014). Revisión permanente del currículo de matemáticas, planes de mejoramiento del área y estrategias empleadas para propender por una formación integral en el estudiante.

El docente debe atender a la diversidad, aplicar actividades que tengan en cuenta las diferencias individuales y los ritmos de aprendizaje para mejorar los resultados a nivel institucional y en pruebas externas. Apoyo de las autoridades educativas competentes para la adecuación de un laboratorio de matemáticas (Fernandes, 2014) con una infraestructura física y tecnológica que fomente el espíritu investigativo y el aprovechamiento de lo aprendido en el área.

Una de las principales dificultades de la aplicación de una propuesta apoyada en la lúdica y la implementación de las herramientas TIC como facilitadoras, es el escaso y limitado espacio de tiempo que el estudiante tiene para explorar, manipular y buscar por sí mismo las soluciones a los problemas que se le plantean. Por tal motivo, es conveniente que los docentes y directivos den la oportunidad al educando, proporcionándole los espacios adecuados y el tiempo requerido para la preparación de su trabajo y comunicación exitosa de los resultados, aplicar una estrategia creativa y significativa durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

Conclusiones

Los jóvenes investigadores tienen un gran potencial desde el desarrollo de competencias comunicativas, sociales, cognitivas, hasta el desarrollo del pensamiento geométrico a partir de la generación de gráficas y modelado de situaciones de la vida real a través del software geogebra. Resultados en el grupo del semillero, muestra una mejora significativa en apropiación del conocimiento.

Referencias bibliográficas

Acevedo, C., Flórez, E. y Vergel, M. (2012). *Teoría de contacto aplicada al mecanismo leva-palpador cilíndrico: ley de desplazamiento diseñada por curvas de Bézier*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.

Canales, M. (2006). *Metodologías de Investigación Social. Introducción a los oficios*. Santiago de Chile: LOM Ediciones.

Cardoza-Herrera, C.A., Vergel-Ortega, M., Gómez-Vergel, C.S. (2015). *Comunidades de aprendizaje-comunidades de maestros: Una experiencia significativa en el Cesar, Colombia*. IBERCIENCIA. Organización de Estados Iberoamericanos. Recuperado de: <http://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?Comunidades-de-aprendizaje-comunidades-de-maestros-Una-experiencia>

Carreño Bustamante, M. (2014). La formación de los estudiantes de derecho, bajo el paradigma de la investigación sociojurídica. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 5(2), 289-297. doi:<http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v5i2.113>

Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 16(1), 73-78.

Fernandes, A., & Mello, L.F. (2014). New classes of spatial central configurations for the 7-body problem. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 86(1), 3-9. <https://dx.doi.org/10.1590/0001-37652014107412>

Guarnizo, M. (2015). La cultura del emprendimiento y la empresarialidad en instituciones educativas de Colombia: realidades y oportunidades. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 233.

Huertas Díaz, O., Esmeral Ariza, S., & Sánchez Fontalvo, I. (2014). La Educación en Comunidades Indígenas; Frente a su proyecto de vida en un mundo globalizado. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 5(2), 232-243. doi:<http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v5i2.112>

Martínez, J., Vergel, M. & Zafra, S. (2015). *Comportamiento juvenil y desarrollo de competencias prosociales*. Bogotá, Colombia: Ibáñez.

Mendoza, U., Candella, R. N., Assad, L.P.F., Castillo, F., Azevedo, L., Knoppers, B. A., & Albuquerque, A. (2014). A Model Analysis for the Design and Deployment of an Eulerian Sediment Trap Mooring Array in a Western Boundary Upwelling System from Southeast Brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 86(2), 589-600. <https://dx.doi.org/10.1590/0001-37652014107112>

Meza García, S. (2014). La cárcel a la luz de los derechos humanos: análisis de límites al poder punitivo estatal legítimo. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 6(1), 36-52. doi:<http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v6i1.139>

Nieto, J.F., M., Vergel-Ortega, M., Martínez Lozano, J., & (2015). Validez de instrumento para medir el aprendizaje creativo. *Revista comunicaciones en Estadística*. 9, 2, pp. 239-254. Recuperado de: <http://revistas.usantotomas.edu.co/index.php/estadistica/article/view/2669/3126>

Torres Martínez, G. (2009). El papel de las cogniciones en la asimilación de un evento traumático. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 1(1), 95-105. doi:<http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v1i1.37>

Sarmiento-Soares, L. & Martins-Pinheiro, R. (2013). *Glanidium botocudo*, a new species from the rio Doce and rio Mucuri, Minas Gerais, Brazil (Siluriformes: Auchenipteridae) with comments on taxonomic position of *Glanidium bockmanni*. *Neotrop. Ichthyol.* 11 (2), 265-274. <http://dx.doi.org/10.1590/S1679-62252013000200004>.

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de maestría no publicada. Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN. México.

Vergel-Ortega, M., Martínez Lozano, J., & Zafra Trisancho, S. (2015). Factores asociados al rendimiento académico en adultos. *Revista Científica*, 2(25). doi:<http://dx.doi.org/10.14483/udistritaljour.RC.2016.25.a4>

Viera-González, P., Sánchez-Guerrero, G., Ruiz-Mendoza, J., Cárdenas-Ortiz, G., Ceballos-Herrera, D., & Selvas-Aguilar, R. (2014). Optics outreach activities with elementary school kids from public education in Mexico. Paper presented at the Proceedings of SPIE - *the International Society for Optical Engineering*, 9188 doi:10.1117/12.2058071